Elementi di Microeconomia A.A 2006-2007 Prof. Fiorentini
Soluzioni algebriche degli esercizi del compito del 19 giugno 2006

Esercizio 1

[I risultati numerici possono essere approssimati a due decimali]

Anna abita in un paese dove vivono altre 19 persone e tutti hanno le preferenze di consumo rappresentate dalla stessa funzione di utilità $U(x_1, x_2) = x_1 + \ln x_2$.
Anna ha a disposizione un reddito M=100

a) Si ricavi la funzione di domanda del bene 2 di Anna.
b) Data la funzione di offerta di mercato del bene 2 $S(p) = 2 + \frac{1}{3} p_2$ si determini l'equilibrio del mercato (prezzo e quantità scambiata) sapendo che il prezzo del bene 1 è $p_1 = 1$.
c) Quante unità del bene 1 verranno consumate da Anna?
d) Si dia una rappresentazione grafica del problema di scelta di Anna

Soluzione

a) Poiché la funzione di utilità e quasi-lineare, la domanda del bene 2 sarà indipendente dal reddito di Anna.
La funzione di domanda di un consumatore si trova sempre risolvendo il problema della massimizzazione dell'utilità del consumatore.
Utilizziamo la condizione di ottimo nel consumo $|MRS| = \frac{p_1}{p_2}$:
Poiché $MRS = -\frac{MU_1}{MU_2}$ basta calcolare l'utilità marginale dei due beni:
$MU_1 = \frac{\partial y}{\partial x_1} = 1$, $MU_2 = \frac{\partial y}{\partial x_2} = \frac{1}{x_2}$. Quindi $MRS = -\frac{1}{\frac{1}{x_2}} = -x_2$.
Per la condizione di ottimo $|MRS| = x_2 = \frac{p_1}{p_2}$. La funzione di domanda del bene 2 di Anna è perciò $x_2 = \frac{p_1}{p_2}$ (si ottiene lo stesso risultato calcolando la massima utilità del bene 2 sotto il vincolo di bilancio ma il procedimento è più lungo)

b) L'equilibrio di mercato richiede che l'offerta sia pari alla domanda del mercato che si ottiene sommando la domanda dei 20 abitanti del paese (Anna + 19=20)
Poiché tutti hanno la stessa funzione di utilità (identiche preferenze) basta moltiplicare la funzione di domanda di Anna per 20, cioè
$D = 20\frac{p_1}{p_2}$. Dato che *p=1* questa sarà $D = \frac{20}{p_2}$.

Il prezzo di equilibrio si ottiene dalla condizione $S = D$, cioè $2+\frac{1}{3}p_2 = \frac{20}{p_2}$

$p_2^2 + 6p_2 - 60 = 0$. Risolvendo questa equazione di secondo grado e scartando il risultato negativo (i prezzi non possono essere negativi!) si ottiene

$p_2^* = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 + 4 \cdot 60}}{2} \approx 5.30$

Sostituendo il prezzo di equilibrio nella funzione di domanda di mercato (o di offerta) si trova la quantità scambiata in equilibrio $x_2^* = \frac{20}{5.3} \approx 3.77$

c) Dato il prezzo di equilibrio del bene 2, Anna ne consumerà una quantità pari a $x_2 = \frac{1}{5.3} \approx 0{,}18$

La quantità consumata del bene 1 si trova sostituendo nel vincolo di bilancio i prezzi e la quantità consumata del bene 2. Il vincolo di bilancio è $p_1x_1 + p_2x_2 = 100$ che dati i prezzi $p_1 = 1$ e $p_2 = 5{,}3$ e la quantità consumata del bene 2 diventa $x_1 + 5{,}3 \cdot 0{,}18 = 100$ da cui $x_1 = 99{,}04$

Esercizio 2

[I risultati numerici possono essere espressi in frazione]

Un'impresa in regime di monopolio produce microchip. I suoi costi di produzione sono dati da:

$$C = y^2 - 4y + 2$$

dove y è la quantità prodotta, mentre la domanda di mercato dei consumatori è

$$D(p) = 10 - p$$

a) Si determini il ricavo marginale dell'impresa
b) Si determinino il prezzo e la quantità che massimizzano il profitto dell'impresa
c) Se l'impresa fosse costretta dall'antitrust a comportarsi come se fosse in un mercato concorrenziale, quali sarebbero il prezzo e la quantità di equilibrio?
d) Si dia una rappresentazione grafica del problema

Soluzione

a) Con una funzione di domanda lineare per trovare il ricavo marginale dell'impresa basta scrivere la funzione di domanda inversa $p = 10 - y$ (y indica la quantità domandata). Il ricavo marginale è pari alla domanda inversa con un'inclinazione doppia, cioè $MR = 10 - 2y$

b) Un monopolista massimizza il profitto producendo una quantità tale da rendere il ricavo marginale uguale al costo marginale. Il costo marginale è la derivata della funzione di costo, perciò $MC = \frac{\partial C}{\partial y} = 2y - 4$.

Per la condizione di massimo profitto $MC = MR$ si ha $10 - 2y = 2y - 4$ da cui si ottiene che la quantità che genera il massimo profitto per il monopolista è $y^* = 3,5$. Il prezzo che permette di vendere questa quantità si trova sostituendo $y^* = 3,5$ nella funzione di domanda inversa $p* = 10 - 3,5 = 6,5$

c) Il prezzo e la quantità di equilibrio concorrenziale si trovano dall'incontro tra la domanda e la curva di offerta dell'impresa in concorrenza perfetta. Questa è il tratto crescente del costo marginale al di sopra del costo medio.

Cioè $2y - 4 = 10 - y$ da cui $y* = \frac{14}{3} \approx 4,66$. La quantità di equilibrio corrispondente si trova sostituendo il prezzo trovato nella funzione di domanda, $p* = 10 - \frac{14}{3} = \frac{16}{3} \approx 5,34$