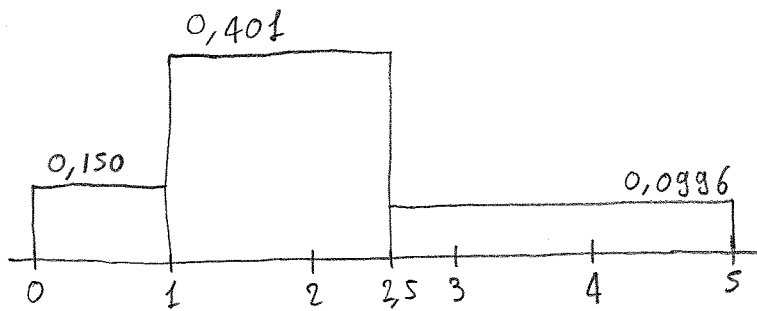


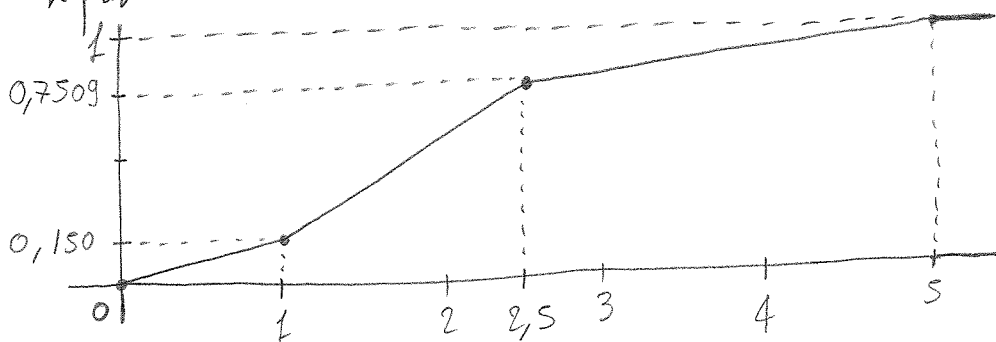
Esercizio A: a) Per ottenere l'istogramma di Frequenza, organizziamo i calcoli nella seguente tabella:

		a)				b)	d)
		n_i	d_i	p_i	h_i	P_i	m_i
0-1	(0-1)	44	1	0,150	0,150	0,150	0,6538
1-2,5	[1-2,5)	176	1,5	0,601	0,401	0,7509	1,5623
2,5 e oltre	[2,5-5)	73	2,5	0,249	0,0996	1	3,8676
		293		1			



La classe modale è la classe con la massima densità, ovvero la classe [1-2,5).

b) Dopo aver calcolato le Frequenze cumulate P_i , disegniamo la Funzione di ripartizione:



c) Il terzo quantile è dato da:

$$Q_3 = C_{i-1} + \frac{1}{h_i} (0,75 - P_{i-1}) = C_{i-1} + \frac{d_i}{p_i} (0,75 - P_{i-1})$$

$$= 1 + \frac{2,5 - 1}{0,601} (0,75 - 0,15) = 2,4975$$

d) Per determinare il prodotto medio delle 293 imprese utilizzando le medie di classe basta considerare:

$$M = \frac{0,6538 \cdot 44 + 1,5623 \cdot 176 + 3,8676 \cdot 73}{293}$$

$$= \frac{586,0668}{293} = 2,00023$$

Esercizio B: a) Per interpolare la serie delle esportazioni (y) rispetto alla serie delle importazioni (x) mediante il metodo dei minimi quadrati 6/9/2007 (2)
con la Funzione $y = \beta_0 + \beta_1 \ln x$ è utile organizzare i calcoli in una tabella:

anno	x	y	$z = \ln x$	z^2	zy
1991	237	203	5,468	29,90	1110,02
1992	234	217	5,455	29,76	1183,80
1993	227	298	5,425	29,43	1616,64
1994	263	317	5,572	31,049	1766,37
		1035	21,92	120,14	5676,83

$$n = 4$$

$$m_z = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i = \frac{21,92}{4} = 5,480, \quad m_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \frac{1035}{4} = 258,75$$

$$\sigma_z^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i^2 - (m_z)^2 = \frac{120,14}{4} - (5,480)^2 = 0,003069$$

$$\sigma_{zy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i y_i - m_z m_y = \frac{5676,83}{4} - 5,480 \cdot 258,75 = 1,2258$$

$$\beta_1 = \frac{\sigma_{zy}}{\sigma_z^2} = \frac{1,2258}{0,003069} = 399,469$$

$$\begin{aligned} \beta_0 &= m_y - \beta_1 m_z \\ &= 258,75 - 399,469 \cdot 5,480 \\ &= -1930,39 \end{aligned}$$

b) Un indice di adattamento è dato da r^2 :

y^2
41209
47089
88804
100489
277591

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - (m_y)^2 = \frac{277591}{4} - (258,75)^2$$

$$= 2446,1875$$

$$r^2 = \frac{\sigma_{zy}^2}{\sigma_z^2 \sigma_y^2} = \frac{(1,2258)^2}{0,003069 \cdot 2446,1875}$$

$$= 0,2002$$

Esercizio C: a) La serie delle variazioni relative per i beni Finali di investimento è data da:

(3)
6/9/2007

1994	1995	1996	1997
—	$\frac{1 - 0,952}{0,952} = 0,050$	$\frac{1,036 - 1}{1} = 0,036$	$\frac{1,055 - 1,036}{1,036} = 0,0183$

b) L'indice di Pasche del 1996 rispetto al 1994 è dato da:

$$P = \frac{1.432,054 + 327,543}{1.432,054 \cdot \frac{0,951}{1,040} + 327,543 \cdot \frac{0,952}{1,036}} = \frac{1759,597}{1610,489} = 1,0926$$

Esercizio D: a) Trascurando il problema che le Frequenze assolute dovrebbero essere numeri interi, si ottiene:

F_{ij}				
Basso	8,217	15,691	11,512	35,42
Medio-Alto	26,206	48,499	43,875	118,58
	34,423	64,19	55,387	154

← distribuzione marginale del voto di laurea

F_{ij}^*				
	7,917	14,764	12,739	
	26,506	49,426	42,648	

$$F_{ij}^* = \frac{F_{i.} \cdot F_{.j}}{n}$$

$\frac{(F_{ij} - F_{ij}^*)^2}{F_{ij}^*}$				
	0,01135	0,05824	0,11818	
	0,00339	0,0174	0,0353	
				0,24386

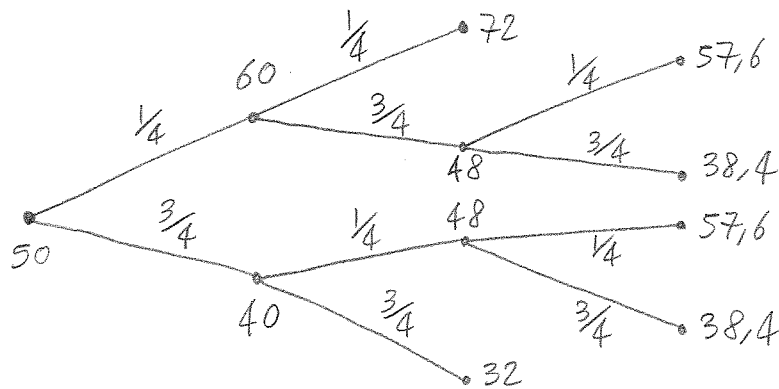
$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(F_{ij} - F_{ij}^*)^2}{F_{ij}^*} = 0,24386$$

Un indice di dipendenza relativo è dato da

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + N} \cdot \frac{K}{K-1}} = \sqrt{\frac{0,24386}{0,24386 + 154} \cdot \frac{2}{2-1}} = \sqrt{0,00316} = 0,05623$$

dove $K = \min(r, c) = \min(2, 3) = 2$. Essendo $C \in [0, 1]$ possiamo affermare che c'è un modesto grado di dipendenza.

Esercizio E1: a) L'albero degli eventi, completo delle corrispondenti probabilità condizionate sui rami, è il seguente: (4) 6/9/2007



per ogni nodo dell'albero è indicato il prezzo dell'azione

b) Le probabilità associate ad ogni evento elementare sono le seguenti: ("+" = aumento, "-" = diminuzione):

ω	$P(\omega)$
++	$\frac{1}{16}$
+-+	$\frac{3}{64}$
+- -	$\frac{9}{64}$
-++	$\frac{3}{64}$
-+-	$\frac{9}{64}$
--	$\frac{9}{16}$
	1

c) Il valore atteso è dato da:

ω	$P(\omega)$	$X(\omega)$
++	$\frac{1}{16}$	72
+-+	$\frac{3}{64}$	57,6
+- -	$\frac{9}{64}$	38,4
-++	$\frac{3}{64}$	57,6
-+-	$\frac{9}{64}$	38,4
--	$\frac{9}{16}$	32

$$\begin{aligned}
 E(X) &= \sum_{\omega \in \Omega} X(\omega) \cdot P(\omega) \\
 &= 72 \cdot \frac{1}{16} + 57,6 \cdot \frac{3}{64} + 38,4 \cdot \frac{9}{64} + \\
 &\quad + 57,6 \cdot \frac{3}{64} + 38,4 \cdot \frac{9}{64} + 32 \cdot \frac{9}{16} \\
 &= 38,7
 \end{aligned}$$

d) La probabilità condizionata richiesta è data da:

$$\begin{aligned}
 P(<50 | 3gg) &= \frac{P(<50 \cap 3gg)}{P(3gg)} = \frac{\frac{9}{64} + \frac{9}{64}}{\frac{3}{64} + \frac{9}{64} + \frac{3}{64} + \frac{9}{64}} \\
 &= \frac{18}{24} = 0,75
 \end{aligned}$$

Esercizio E2: a) Per calcolare la probabilità che lo studente prescelto non abbia superato nessuna delle due prove, è utile organizzare le numerosità coinvolte in una tabella:

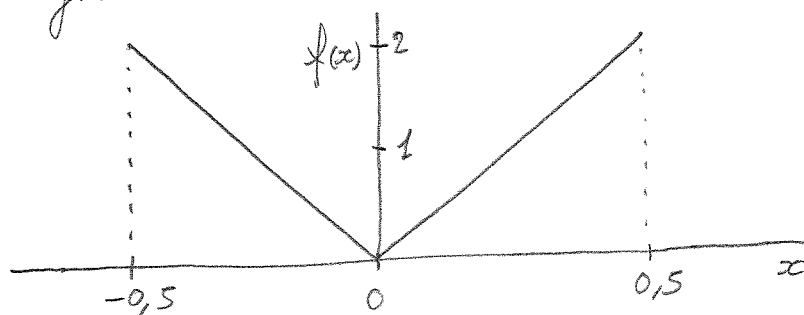
studenti	Stat	$\overline{\text{Stat}}$	
Mat	10	15	25
$\overline{\text{Mat}}$	10	2	12
	20	17	37

$$P(\overline{M} \cap \overline{S}) = \frac{2}{37} = 0,054$$

b) La risposta è data dalla seguente probabilità condizionata:

$$P(\overline{S} | \overline{M}) = \frac{P(\overline{S} \cap \overline{M})}{P(\overline{M})} = \frac{2/37}{12/37} = 0,1667$$

Esercizio F: a) Il grafico della Funzione di densità è il seguente:



b) La Funzione di ripartizione si ottiene per i diversi intervalli:

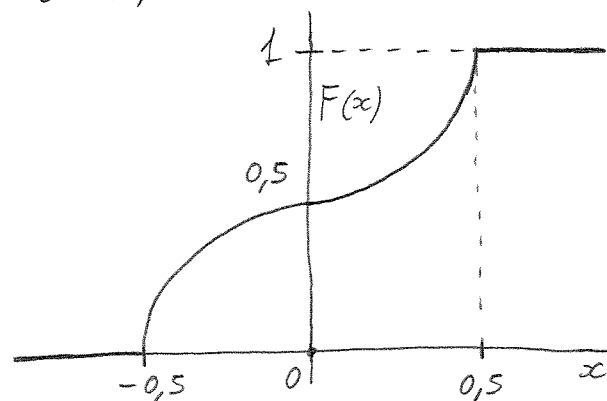
per $-0,5 < x < 0$:

$$F(x) = \int_{-0,5}^x -4u \, du = \left[-4 \frac{u^2}{2} \right]_{-0,5}^x = -2x^2 + 2(-0,5)^2 = -2x^2 + 0,5$$

per $0 < x < 0,5$:

$$F(x) = \frac{1}{2} + \int_0^x 4u \, du = \frac{1}{2} + \left[4 \frac{u^2}{2} \right]_0^x = \frac{1}{2} + 2x^2$$

mentre $F(x) = 0$, per $x \leq -0,5$, e
 $F(x) = 1$, per $x \geq 0,5$.



c) Il valore atteso è nullo (per la simmetria) come si può verificare con:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) \, dx = \int_{-0,5}^0 x (-4x) \, dx + \int_0^{0,5} x (4x) \, dx = 0$$

Esercizio 6: a) In questa verifica di ipotesi abbiamo $n_1=11$, $n_2=13$, $\bar{x}=11,2$, $\bar{y}=8,7$, $s_1^2=13,8$, $s_2^2=7,3$, per cui: (6) 6/9/2007

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{13,8}{7,3} = 1,8904 \quad \leftarrow \text{valore osservato della statistica test}$$

mentre il percentile corrispondente ad $\alpha=0,05$ di una distribuzione F di Snedecor con $n_1-1=10$ e $n_2-1=12$ g.d.l. è dato da $F_\alpha=3,75$. Perciò, essendo la regione di rifiuto data da $R=\{F: F>F_\alpha\}$, accettiamo H_0 in quanto $1,8904$ non appartiene alla regione di rifiuto.

b) Calcoliamo prima S^2 :

$$S^2 = \frac{S_1^2(n_1-1) + S_2^2(n_2-1)}{n_1+n_2-2} = \frac{13,8 \cdot 10 + 7,3 \cdot 12}{22} = 10,2545$$

e quindi il valore osservato della statistica test:

$$t_c = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{S \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{11,2 - 8,7}{\sqrt{10,2545} \sqrt{\frac{1}{11} + \frac{1}{13}}} = \frac{2,5}{1,31188} = 1,90566$$

Essendo il percentile corrispondente ad $\frac{\alpha}{2}=0,025$ di una distribuzione t di Student con $n_1+n_2-2=22$ g.d.l. pari a $t_{\frac{\alpha}{2}}=2,074$ ed essendo $R=\{t_c: |t_c|>t_{\frac{\alpha}{2}}\}$, accettiamo H_0 .

c) Un intervallo di confidenza al 95% per μ_1 è dato da:

$$\left[\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s_1}{\sqrt{n_1}} ; \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s_1}{\sqrt{n_1}} \right]$$

dove $\bar{x}=11,2$, $n_1=11$, $s_1^2=13,8$, e $t_{\frac{\alpha}{2}}=2,228$ è il percentile corrispondente ad $\frac{\alpha}{2}=0,025$ di una distribuzione t di Student con $n_1-1=10$ g.d.l. Quindi l'intervallo è dato da:

$$\left[11,2 - 2,228 \frac{\sqrt{13,8}}{\sqrt{11}} ; 11,2 + 2,228 \frac{\sqrt{13,8}}{\sqrt{11}} \right]$$

ovvero

$$[8,7045 ; 13,6955].$$