COGNOME | | | | | | | | | | | | | | | |

NOME | | | | | | | | | | | | | | | |

N. MATRICOLA | | | | | | | **/EC**

FACOLTA' DI ECONOMIA

ESAME SCRITTO DI RICERCA OPERATIVA

Verona, 13 Gennaio 1998

1) E' data la seguente tabella T del simplesso:

-z	-1	1	0	0	1	0
x_2	1	1	1	0	-1	0
x_3	1	-3	0	1	1	0
x_5	4	2	0	0	-1	1
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5

relativa ad un problema del tipo $\begin{cases} \min\langle c,x\rangle \\ Ax = b \\ x \geq 0 \end{cases}$, dove $c_2 = 1, c_3 = 0$ e dove la matrice di base relativa alla tabella assegnata e' $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Determinare A, b e c . Detto P il problema cosi' ottenuto, rappresentare P nel piano (x_1, x_2).
b) Nel problema P, porre $c = (c_1, c_2, 0,0,0)$ e determinare tutti i valori di c_1 e c_2 per cui il problema cosi' ottenuto ammette la soluzione ottima espressa dalla tabella T.
c) Scrivere il duale di P e determinare una sua soluzione ottima.

2) Trovare l'assegnazione di costo minimo tra 4 macchinari diversi e 4 lavoratori, quando i costi di assegnazione sono indicati nella tabella seguente:

10	9	7	8
5	8	7	7
5	4	6	5
2	3	4	5

3) Risolvere il seguente problema di Programmazione Lineare Intera utilizzando la tecnica del Branch and Bound:

$$\begin{cases} \min(-x_1 - x_2) \\ -2x_1 + 9x_2 \leq 36 \\ 10x_1 - x_2 \leq 40 \\ x_1, x_2 \geq 0 \ \text{ e interi} \end{cases}$$

Illustrare la procedura risolvendo ogni passo per via geometrica.

N.B. Tutte le risposte devono essere giustificate.

COGNOME | | | | | | | | | | | | | | | |

NOME | | | | | | | | | | | | | | | |

N. MATRICOLA | | | | | | | **/EC**

FACOLTA' DI ECONOMIA

ESAME SCRITTO DI RICERCA OPERATIVA

Verona, 28 Gennaio 1998

1) Dato il seguente problema di programmazione lineare:

$$P: \begin{cases} \min(-x_1 + 2x_2) \\ x_1 - x_2 \le 2 \\ -x_1 + x_2 \le 3 \\ x_1 + x_2 \ge 1 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases} ,$$

rappresentare geometricamente il problema nel piano (x_1, x_2) e successivamente

a) trovare tutte le soluzioni di base di P, specificando se sono degeneri o no;

b) risolvere il problema P con l'algoritmo del simplesso;

c) sostituire in P la funzione obiettivo con $c_1x_1 + c_2x_2$ e successivamente:

- trovare tutti i valori di c_1 e c_2 per cui (1,0) e (0,1) sono entrambe soluzioni ottime di P;
- trovare tutti i valori di c_1 e c_2 per cui P non ha soluzioni ottime finite.

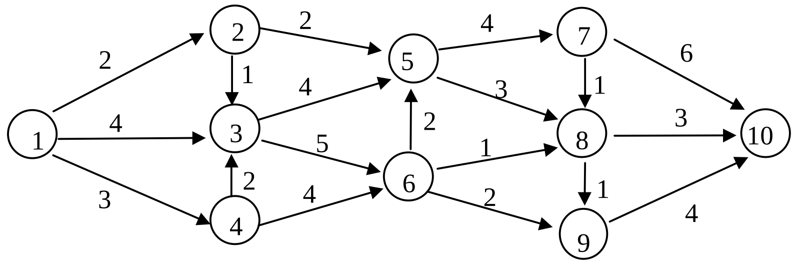
2) Dato il problema $\begin{cases} \min(5x_1^2 + 8x_1x_2 + 5x_2^2) \\ 2x_1 + x_2 \ge 2 \end{cases}$,

a) dire se il problema e' convesso;

b) dire se il problema e' regolare;

c) servendosi delle condizioni di Kuhn-Tucker, risolvere il problema.

3) Dato il seguente grafo (nel quale i numeri sugli archi sono le distanze)



determinare il cammino di lunghezza minima dal nodo 1 al nodo 10, utilizzando l'algoritmo di Dijkstra.

N.B.Tutte le risposte devono essere giustificate.

COGNOME

NOME

N. MATRICOLA /EC

FACOLTA' DI ECONOMIA

ESAME SCRITTO DI RICERCA OPERATIVA

Verona, 6 Aprile 1998

1) E' dato il seguente problema di programmazione lineare:

$$P: \begin{cases} \min(3x_1 - 2x_2) \\ 2x_1 - x_2 \geq 0 \\ -x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} .$$

a) Dire se il problema ha soluzioni di base degeneri o no;

b) determinare 2 soluzioni di base adiacenti tali che in una di esse la funzione obiettivo assuma valore = 0 e nell'altra > 0;

c) risolvere P con l'algoritmo del simplesso;

d) come si modifica la soluzione ottima di P se il III vincolo viene sostituito con $x_1 + x_2 \leq 3$?

2) Si consideri il duale del seguente problema:

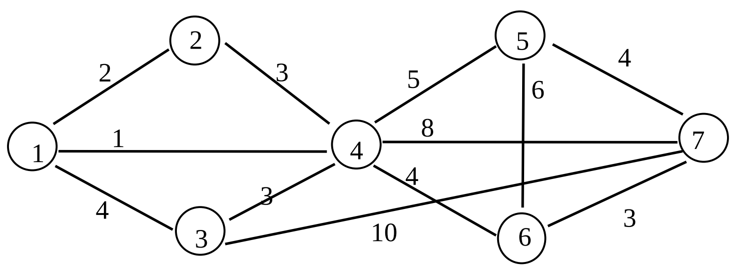
$$\begin{cases} \min(x_1 + x_2) \\ x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 12 \quad , k \in R \\ x_2 \leq k \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} .$$

a) Sia $k > 2$. Si dica, senza risolvere il duale, se e' vero o falso che in una soluzione ottima del duale la componente relativa al vincolo $x_2 \leq k$ e' nulla.

b) Discutere al variare di *k* l'ottimalita' del duale ovvero specificare, se esistono,

- per quali valori di *k* il duale ha soluzioni ottime finite;
- per quali valori di *k* la funzione obiettivo del duale non e' limitata sulla regione ammissibile;
- per quali valori di *k* la regione ammissibile del duale e' vuota.

3) Si consideri il problema di determinare l'albero di supporto minimo sul seguente grafo (i numeri riportati sugli archi sono i costi)



Risolvere sia con l'algoritmo di Kruskal che di Prim e confrontare le soluzioni ottenute.

N.B.Tutte le risposte devono essere giustificate.

COGNOME | | | | | | | | | | | | | | |

NOME | | | | | | | | | | | | | | |

N. MATRICOLA | | | | | | | **/EC**

FACOLTA' DI ECONOMIA

ESAME SCRITTO DI RICERCA OPERATIVA

Verona, 9 Luglio 1998

1) Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$P: \begin{cases} \min(-x_1 + cx_2) \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 17 \\ -2x_1 + 2x_2 - x_4 = 1. \\ -x_1 + 2x_2 - x_5 = 5 \\ x_i \geq 0, i = 1,...,5 \end{cases}$$

a) Rappresentare geometricamente la regione ammissibile di P nel piano (x_1, x_2);

b) dire quante e quali soluzioni di base ha il problema P, specificando se sono degeneri o no;

c) determinare la tabella del simplesso relativa alla soluzione $(x_B = (x_1, x_2, x_4), x_N = (x_3, x_5))$;

d) sia $c = 2$ e x^0 la soluzione di base di cui al punto c);
- dimostrare che x^0 e' soluzione ottima di P;
- dire se esistono soluzioni ottime alternative alla soluzione x^0;

e) determinare, per $c = 1$, una soluzione ottima non di base per il problema P.

2) E' dato il seguente problema:

$$\begin{cases} \min(3x_1 + 2x_2 + 12x_3 + 5x_4) \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 4 \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 \geq 6 \\ x_i \geq 0, i = 1,2,3,4 \end{cases}.$$

Risolvere sia il problema dato, sia il suo duale.

3) Risolvere il problema dei trasporti avente le disponibilità a_1 ed a_2, le richieste b_1, b_2, b_3 e b_4 ed i costi c_{ij} , i = 1,2 ; j = 1,2,3,4 , indicati nella seguente tabella:

	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	1	2	3	2	25
A_2	2	3	1	2	22
	10	12	10	15	

Usare la regola dell'angolo Nord-Ovest per ottenere una prima soluzione di base ammissibile.

N.B.Tutte le risposte devono essere giustificate.

COGNOME | | | | | | | | | | | | | | | |

NOME | | | | | | | | | | | | | | | |

N. MATRICOLA | | | | | | | **/EC**

FACOLTA' DI ECONOMIA

ESAME SCRITTO DI RICERCA OPERATIVA

Verona, 29 Settembre 1998

1) E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{cases} \min(3x_1 - x_2) \\ x_1 - 2x_2 \le 2 \\ 2x_1 - x_2 \ge -2 \\ x_1 - x_2 \le 4 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

a) Rappresentare il problema geometricamente e successivamente scriverlo in forma standard.
b) Determinare una soluzione di base in cui la funzione obiettivo assume valore = 0 ed una in cui assume valore > 0. Le due soluzioni di base sono adiacenti?
c) Risolvere il problema con l'algoritmo del simplesso.
d) Risolvere il problema che si ottiene dal problema dato sostitutendo la funzione obiettivo con $-x_1 - x_2$. Specifiicare se il problema cosi' ottenuto ha soluzioni ottime finite o no.

2) E' dato il seguente problema:

$$\begin{cases} \min(2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5) \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + 3x_5 \ge 4 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 + x_5 \ge 3 \\ x_i \ge 0, i = 1, \dots, 5 \end{cases}.$$

a) Risolvere graficamente il duale del problema dato.
b) Utilizzare la soluzione del problema duale per risolvere il primale.

3) Risolvere il problema dei trasporti avente le disponibilità a_1 ed a_2, le richieste b_1, b_2 e b_3 ed i costi c_{ij} , i = 1,2 ; j = 1,2,3 , indicati nella seguente tabella:

	B_1	B_2	B_3	
A_1	8	2	4	10
A_2	3	5	5	20
	8	7	15	

Usare la regola dell'angolo Nord-Ovest per ottenere una prima soluzione di base ammissibile.

N.B.Tutte le risposte devono essere giustificate.

COGNOME | | | | | | | | | | | | | | |

NOME | | | | | | | | | | | | | | |

N. MATRICOLA | | | | | | | **/EC**

FACOLTA' DI ECONOMIA

PROVA SCRITTA DI RICERCA OPERATIVA (I parte)

Verona, 17 Novembre 1998

1) E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{cases} \min(-x_1 + 2x_2) \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 - x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_5 = 1 \\ x_i \geq 0, i = 1,...,5 \end{cases}$$

a) E' possibile trovare due soluzioni di base adiacenti in cui la funzione obiettivo assume rispettivamente valore < 0 e > 0 ?
b) Determinare la tabella del simplesso relativa alla soluzione che ha in base le componenti (x_1, x_2, x_5). A partire da tale tabella, risolvere il problema con l'algoritmo del simplesso. La soluzione ottima e' unica? E' degenere?
c) Dare una spiegazione non geometrica del fatto che la regione ammissibile di P e' illimitata.

2) E' dato il seguente problema:

$$P \begin{cases} \min(2x_1 + 2x_2 + kx_3) \\ x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_i \geq 0, i = 1,\ldots,3 \end{cases}.$$

a) Scrivere il duale di P e risolverlo $\forall k \in R$.
b) Dire per quali valori di $k \in R$ il problema P non ha soluzioni ottime finite.
c) Dire per quali valori di $k \in R$ P ha soluzioni ottime finite e risolverlo per ognuno di tali valori.

N.B.Tutte le risposte devono essere giustificate.

COGNOME | | | | | | | | | | | | | | | |

NOME | | | | | | | | | | | | | | | |

N. MATRICOLA | | | | | | | **/EC**

FACOLTA' DI ECONOMIA

PROVA SCRITTA DI RICERCA OPERATIVA

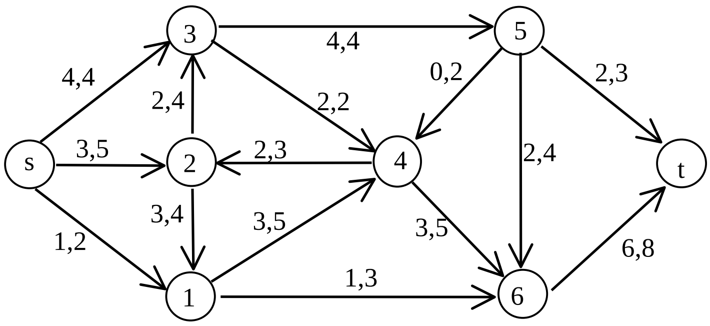
Verona, 15 Dicembre 1998

1) Si consideri il seguente problema di programmazione lineare, dipendente dal parametro reale α:

$$P: \begin{cases} \min(-x_1 - 2x_2) \\ x_1 + x_2 \le \alpha \\ -x_1 + x_2 \le \alpha \\ x_2 \le 3 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

a) Dire quanti e quali vertici ha la regione ammissibile di P al variare di α.
b) Dire per quali valori di α la regione ammissibile di P ha vertici corrispondenti a soluzioni di base degenere, specificando tali soluzioni.
c) Scrivere il duale di P e dire se esistono valori di α per cui il duale ha regione ammissibile vuota.
d) Dire per quali valori di α il duale di P non ha soluzioni ottime finite.
e) Risolvere P per α=4 con l'algoritmo del simplesso. Successivamente, sostituire la funzione obiettivo con $c_1x_1+c_2x_2$ e dire per quali valori di c_1 e c_2 la soluzione trovata rimane ottima.

2) Dato il grafo in figura in cui i numeri associati ad ogni arco rappresentano rispettivamente il flusso e la capacita' dell'arco, utilizzando l'algoritmo di Ford e Fulkerson (a partire dal flusso ammissibile dato), determinare il massimo flusso inviabile dal nodo *s* al nodo *t*. Verificare l'ottimalita' della soluzione trovata determinando un taglio di capacita' minima.



3) Si consideri il seguente problema di Programmazione Lineare Intera:

$$\begin{cases} \min(-x_1 - 2x_2) \\ 2x_1 - 6x_2 \le -17 \\ -x_1 + 10x_2 \le 40 \\ x_1, x_2 \ge 0 \text{ e interi} \end{cases}$$

a) Risolvere geometricamente il problema lineare LP senza il vincolo di interezza.
b) A partire da a) risolvere il problema lineare intero ILP, utilizzando la tecnica del Branch and Bound (risolvere ogni passo geometricamente).

N.B.Tutte le risposte devono essere giustificate.

COGNOME | | | | | | | | | | | | | | | |

NOME | | | | | | | | | | | | | | | |

N. MATRICOLA | | | | | | | /EC

FACOLTA' DI ECONOMIA

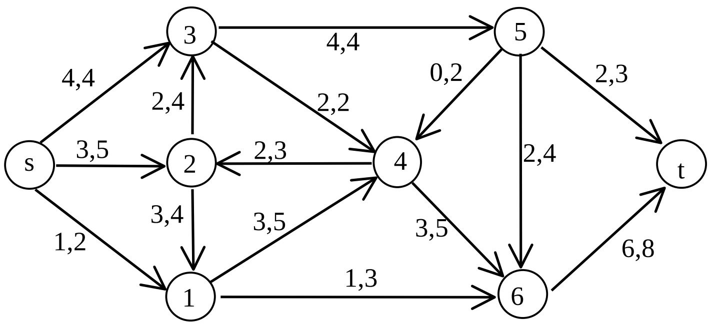
PROVA SCRITTA DI RICERCA OPERATIVA (II parte)

Verona, 15 Dicembre 1998

1) Trovare l'assegnazione di costo minimo, quando i costi di assegnazione sono quelli indicati dalla tabella seguente:

8	11	9	10
8	4	8	9
5	4	4	3
3	1	4	2

2) Dato il grafo in figura in cui i numeri associati ad ogni arco rappresentano rispettivamente il flusso e la capacita' dell'arco, utilizzando l'algoritmo di Ford e Fulkerson (a partire dal flusso ammissibile dato), determinare il massimo flusso inviabile dal nodo *s* al nodo *t*. Verificare l'ottimalita' della soluzione trovata determinando un taglio di capacita' minima.



3) Si consideri il seguente problema di Programmazione Lineare Intera:

$$\begin{cases} \min(-x_1 - 2x_2) \\ 2x_1 - 6x_2 \le -17 \\ -x_1 + 10x_2 \le 40 \\ x_1, x_2 \ge 0 \text{ e interi} \end{cases}$$

a) Risolvere geometricamente il problema lineare LP senza il vincolo di interezza.
b) A partire da a) risolvere il problema lineare intero ILP, utilizzando la tecnica del Branch and Bound (risolvere ogni passo geometricamente).
c) Scrivere la tabella del simplesso relativa alla soluzione ottima di LP trovata al punto a) e determinare il taglio ad essa corrispondente.

N.B.Tutte le risposte devono essere giustificate.