

## Calcolo delle Probabilità

### Esercitazione 6. Variabili aleatorie continue: funzione di densità e funzione di ripartizione

**Esercizio A.** Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con funzione di ripartizione

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-2x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

- a) Determinare  $P(X < 1,5)$ ,  $P(X \geq 0,5)$  e  $P(1 < X < 2)$ .
- b) Determinare la funzione di densità della variabile aleatoria  $X$ .

**Esercizio B.** Siano  $X$  ed  $Y$  due variabili aleatorie continue con funzione di densità:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2x, & x \in [0, 1], \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y \geq 0, \\ 0, & y < 0. \end{cases}$$

- a) Verificare che  $f_X(x)$  ed  $f_Y(y)$  sono in effetti funzioni di densità (cioè che sono non negative e che il loro integrale da  $-\infty$  a  $\infty$  è pari a 1).
- b) Calcolare le funzioni di ripartizione delle variabili aleatorie  $X$  ed  $Y$ .
- c) Calcolare le probabilità:
  - (i)  $P(X > 0,75)$ ;
  - (ii)  $P(0,2 \leq X < 0,5)$ ;
  - (iii)  $P(Y \geq 1,5)$ ;
  - (iv)  $P(-3 < Y \leq 2)$ .