Modello di Krugman con innovazione di prodotto

- Due paesi: A paese innovatore, B paese inseguitore
- A produce i beni “nuovi”
- Quando B produce ed esporta un bene, questo diventa “vecchio”
- Il lavoro è l’unico fattore della produzione

i consumatori sono caratterizzati dalla seguente funzione di utilità:

$$U = \left[\sum_{i=1}^{n} c(i)^{\theta} \right]^{1/\theta} \qquad 0 < \theta < 1$$

n è il totale dei beni (nuovi + vecchi) disponibili

Se Δn sono i nuovi beni resi disponibili, allora i consumatori massimizzano

$$U = \left[\sum_{i=1}^{n+\Delta n} c(i)^{\theta} \right]^{1/\theta}$$

sotto il vincolo di bilancio

$$M = p_A c_A + p_B c_B$$

Una unità di lavoro produce un bene (MPL = 1)

Sotto l'ipotesi di concorrenza perfetta si ha

$$p_A = w_A \quad p_B = w_B$$

Affinché A produca "nuovi" beni e B i "vecchi

$$\frac{w_A}{w_B} > 1$$

Il totale dei beni prodotti è $n = n_A + n_B$

indichiamo con c_A e c_B il consumo di un bene prodotto in A e in B

Otteniamo ora la funzione di domanda relativa massimizzando il Lagrangiano

$$V = \left[c_A^\theta + c_B^\theta \right]^{1/\theta} - \lambda \left(M - p_A c_A - p_B c_B \right)$$

da cui si ottengono le condizioni di massimo:

$$\frac{\delta V}{\delta C_A} = \frac{1}{\theta} \left(c_A^\theta + c_B^\theta \right)^{(1-\theta)/\theta} \cdot \theta c_A^{\theta-1} - \lambda p_A = 0$$

$$\frac{\delta V}{\delta C_B} = \frac{1}{\theta} \left(c_A^\theta + c_B^\theta \right)^{(1-\theta)/\theta} \cdot \theta c_B^{\theta-1} - \lambda p_B = 0$$

$$\frac{\delta V}{\delta \lambda} = M - p_A c_A - p_B c_B = 0$$

Combinando le prime due condizioni si ottiene

$$\frac{c_A^{\theta-1}}{c_B^{\theta-1}} = \frac{p_A}{p_B} \quad \rightarrow \frac{c_A}{c_b} = \left(\frac{p_A}{p_B}\right)^{-1/(1-\theta)} = \left(\frac{w_A}{w_B}\right)^{-1/(1-\theta)}$$

La domanda di lavoro dipende dalla domanda dei beni e dal numero dei beni prodotti

$$L_A = n_A c_A \quad L_B = n_B c_B$$

Combinando le domande di beni e lavoro si ottiene la domanda relativa di lavoro

$$c_A = \frac{L_A}{n_A} \quad c_B = \frac{L_B}{n_B}$$

$$\frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{n_A}{n_B}\right)\left(\frac{w_A}{w_B}\right)^{-1/(1-\theta)}$$

Dalla domanda relativa di lavoro di può ottenere l'espressione dei salari relativi

$$\frac{w_A}{w_B} = \left(\frac{n_A}{n_B}\right)^{1-\theta} \left(\frac{L_A}{L_B}\right)^{\theta-1}$$

Il differenziale salariale di A rispetto B dipende dal rapporto tra i beni "nuovi" e "vecchi"

Cresce quanto più A "innova" in prodotti

Equilibrio dinamico del modello

Si assume che l'innovazione e l'imitazione avvengano in modo continuo

Lo stock dei beni "nuovi" e "vecchi" dipende da questo processo

Il processo di innovazione implica che n cresce nel tempo: $\dot{n} = vn$

Il processo di imitazione è dato da $\dot{n}_B = tn_A$

v e t sono costanti positive $v > o \quad t > o$

Il ritardo medio di imitazione è $\dfrac{1}{t}$

Il tasso medio di variazione dei nuovi prodotti è

$$\dot{n}_A = \dot{n} - \dot{n}_B = vn - tn_A$$

Abbiamo perciò un sistema dinamico composto dalle seguenti equazioni differenziali:

$$\dot{n} = vn$$

$$\dot{n}_A = vn - tn_A$$

Questo sistema é “instabile” o “esplosivo”

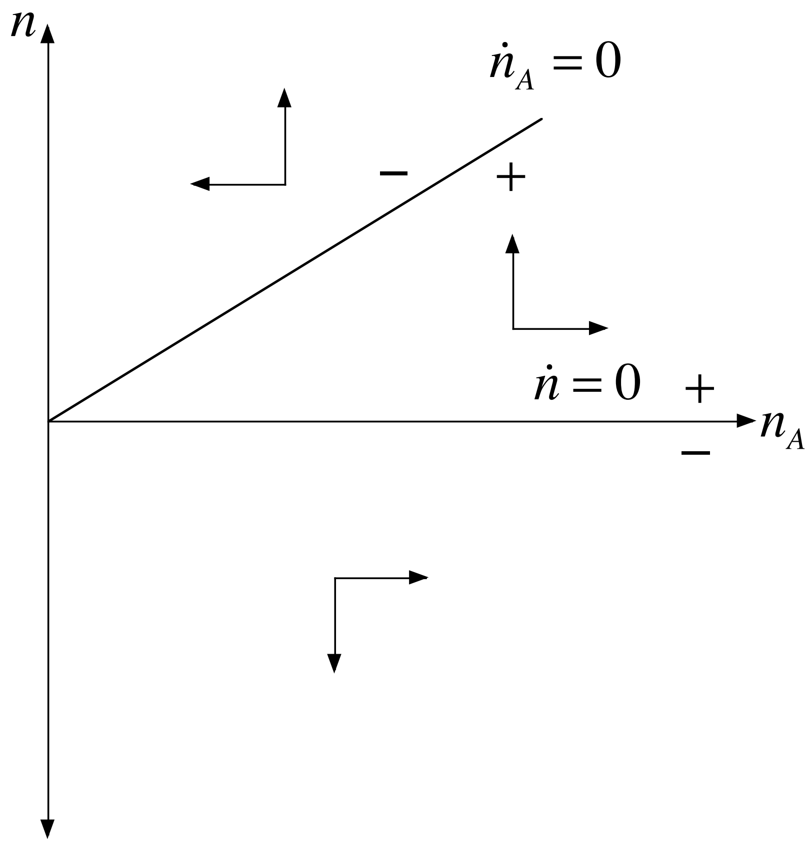
Cresce continuamente per effetto del progresso tecnologico continuo

- Diagramma di fase:

$$\dot{n} = vn$$

$$\frac{\delta \dot{n}}{\delta n} = v > 0$$

$$\dot{n} = 0 \rightarrow vn = 0$$



$$\dot{n}_A = vn - tn_A$$

$$\frac{\delta \dot{n}_A}{\delta n_A} = \frac{t}{v} > 0$$

$$\dot{n}_A = 0 \rightarrow n = \frac{t}{v} n_A$$

Il rapporto tra lo stock di beni "nuovi" e "vecchi" tende però verso un valore stazionario

Indichiamo con $\sigma = {}^{n_A}\!/_{n}$ la quota dei "nuovi" beni sul totale e differenziamo rispetto il tempo

$$\ln\sigma = \ln n_A - \ln n \qquad d\ln\sigma = \frac{1}{n_A}dn_A - \frac{1}{n}dn$$

$$\frac{d\ln\sigma}{dt} = \frac{1}{n_A}\frac{dn_A}{dt} - \frac{1}{n}\frac{dn}{dt} \qquad \frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{n_A}\dot{n}_A - \frac{1}{n}\dot{n}$$

$$\dot{\sigma} = \frac{\sigma}{n_A}\dot{n}_A - \frac{\sigma}{n}\dot{n}$$

$$\dot{\sigma} = \frac{\dot{n}_A}{n} - \sigma\frac{\dot{n}}{n}$$

usando $\dot{n} = vn$ $\dot{n}_A = vn - tn_A$ da

$$\dot{\sigma} = \frac{\dot{n}_A}{n} - \sigma \frac{\dot{n}}{n}$$

si ottiene $\dot{\sigma} = v - (t + v)\sigma$

per cui si ha stato stazionario $\dot{\sigma} = 0$ quando

$$\sigma = \frac{v}{(t + v)}$$

ricordando che $n = n_A + n_B$

si ottiene infine $\dfrac{n_A}{n_B} = \dfrac{\sigma}{(1-\sigma)} = \dfrac{v}{t}$

nello stato stazionario il rapporto tra i prodotti "nuovi" e "vecchi" è funzione crescente del tasso di innovazione e del ritardo di imitazione.

Poiché il salario relativo è direttamente correlato al rapporto tra prodotti "nuovi" e "vecchi", anche questi sono funzione crescente del tasso di innovazione e del ritardo di imitazione

la struttura del commercio resta inalterata con A che esporta i "nuovi" prodotti.