

COGNOME

NOME

N. MATRICOLA  /EC

**FACOLTA' DI ECONOMIA**  
**ESAME SCRITTO DI RICERCA OPERATIVA**

Verona, 11 Febbraio 1999

1) Dato il problema

$$\begin{cases} \min(-2x_1 - x_2) \\ 2x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

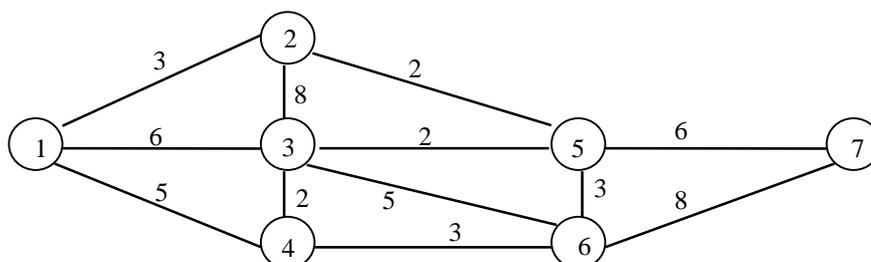
- a) dire se il problema ha soluzioni di base degeneri; in caso affermativo, per ciascuna di esse determinare tutte le basi associate;  
b) risolvere il problema con l'algorithm del semplice. Determinare tutte le soluzioni ottime.

2) Si consideri il seguente problema:

$$P: \begin{cases} \min(c_1x_1 + c_2x_2) \\ 3x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 + 3x_2 \geq 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

- a) Studiare al variare di  $(c_1, c_2)$  in  $\mathbb{R}^2$  le soluzioni ottime di P, specificando per quali valori di  $(c_1, c_2)$  il problema P non ha soluzioni ottime finite.  
b) Dire se esistono, ed in tal caso determinarli, valori di  $(c_1, c_2)$  per i quali:  
- il duale di P non ha soluzioni ottime finite,  
- il duale di P ha regione ammissibile vuota.  
c) Posto  $c_1=1$  e  $c_2=4$ , risolvere il duale di P.

3) Dato il seguente grafo (nel quale i numeri riportati sugli archi rappresentano i costi)



determinare l'albero di supporto minimo.

N.B. Tutte le risposte devono essere giustificate.

COGNOME

NOME

N. MATRICOLA /EC

**FACOLTA' DI ECONOMIA**  
**ESAME SCRITTO DI RICERCA OPERATIVA**

Verona, 3 Giugno 1999

1) E' dato il seguente problema di programmazione lineare

$$P: \begin{cases} \min(-2x_1 - x_2) \\ 2x_1 - x_2 \leq 2 \\ x_1 - 2x_2 \leq -2 \quad a \in R \\ x_1 + x_2 \leq a \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

- Dire per quali valori di  $a$  il problema P ha soluzioni di base degeneri e determinarle.
- Scrivere il duale di P e dire per quali valori di  $a$  esso non ha soluzioni ottime finite.
- Porre  $a=2$  e risolvere il problema P con l'algoritmo del simplesso.
- Sostituendo nel problema P la funzione obiettivo con  $c_1x_1 + c_2x_2$ , per quali valori di  $c_1, c_2$  e di  $a$  l'insieme delle soluzioni ottime di P è dato da tutti i punti che sono combinazione convessa delle soluzioni di base  $(x_{B_1} = (x_1, x_2, x_3), x_{N_1} = (x_4, x_5))$  e  $x_{B_2} = ((x_2, x_3, x_4), x_{N_2} = (x_1, x_5))$ ?

2) Risolvere il problema dei trasporti avente le disponibilità  $a_1, a_2, a_3$ , le richieste  $b_1, b_2, b_3$  e  $b_4$  ed i costi  $c_{ij}$   $i=1, \dots, 3; j=1, \dots, 4$  indicati nella seguente tabella:

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	
A <sub>1</sub>	3	1	2	4	8
A <sub>2</sub>	3	7	1	3	16
A <sub>3</sub>	2	4	5	3	16
	12	8	15	5	

La soluzione ottima è degenerare?

3) Risolvere il seguente problema di Programmazione Lineare Intera utilizzando la tecnica del Branch and Bound:

$$\begin{cases} \min(-x_1 - x_2) \\ 2x_1 + 4x_2 \leq 9 \\ 9x_1 - 10x_2 \leq 10 \\ x_1, x_2 \geq 0 \text{ interi} \end{cases}$$

Illustrare la procedura risolvendo ogni passo per via geometrica.

N.B. Tutte le risposte devono essere giustificate.

COGNOME

NOME

N. MATRICOLA /EC

**FACOLTA' DI ECONOMIA**  
**ESAME SCRITTO DI RICERCA OPERATIVA**

Verona, 22 Settembre 1999

1) Dato il problema

$$\begin{cases} \min(-2x_1 - x_2) \\ 2x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

- a) dire se il problema ha soluzioni di base degeneri; in caso affermativo, per ciascuna di esse determinare tutte le basi associate;  
b) risolvere il problema con l'algorithm del simplesso. Determinare tutte le soluzioni ottime.

2) Si consideri il seguente problema:

$$P: \begin{cases} \min(c_1x_1 + c_2x_2) \\ 3x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 + 3x_2 \geq 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

- a) Studiare al variare di  $(c_1, c_2)$  in  $\mathbb{R}^2$  le soluzioni ottime di P, specificando per quali valori di  $(c_1, c_2)$  il problema P non ha soluzioni ottime finite.  
b) Dire se esistono, ed in tal caso determinarli, valori di  $(c_1, c_2)$  per i quali:  
- il duale di P non ha soluzioni ottime finite,  
- il duale di P ha regione ammissibile vuota.  
c) Posto  $c_1=1$  e  $c_2=4$ , risolvere il duale di P.

3) Risolvere il problema dei trasporti avente le disponibilita  $a_1, a_2, a_3$ , le richieste  $b_1, b_2, b_3$  e  $b_4$  ed i costi  $c_{ij}$   $i=1, \dots, 3; j=1, \dots, 4$  indicati nella seguente tabella:

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	
A <sub>1</sub>	3	1	2	4	8
A <sub>2</sub>	3	7	1	3	16
A <sub>3</sub>	2	4	5	3	16
	12	8	15	5	

La soluzione ottima e' degenere?

N.B. Tutte le risposte devono essere giustificate.