

Calcolo delle Probabilità

Esercitazione 13. Variabili aleatorie doppie continue

Esercizio A. Siano date le variabili aleatorie X ed Y con funzione di densità congiunta

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} ye^{-(x+y)}, & x \geq 0, y \geq 0, \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- a) Determinare le funzioni di densità marginali $f_X(x)$ ed $f_Y(y)$.
- b) Calcolare $E(X)$, $E(Y)$, $\text{Var}(X)$ e $\text{Var}(Y)$.
- c) Calcolare $\text{Cov}(X, Y)$ e $\text{Corr}(X, Y)$.
- d) Indicare se X ed Y sono stocasticamente indipendenti.

Esercizio B. Siano date due variabili aleatorie X ed Y con funzione di densità congiunta

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} x + \frac{3}{2}y^2, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- a) Determinare le funzioni di densità marginali $f_X(x)$ ed $f_Y(y)$.
- b) Calcolare la probabilità $P(X \leq 1/2, 1/4 < Y < 1/2)$.
- c) Calcolare la funzione di densità condizionata $f_{X|Y}$ ed il valore atteso condizionato $E(X|Y)$.
- d) Calcolare la probabilità $P(X \leq 1/2|Y = 1/2)$.
- e) Calcolare la $\text{Cov}(X, Y)$.