

Calcolo delle Probabilità

Soluzioni 1. Spazio campionario ed eventi

Esercizio A. a) Lo spazio campionario è dato dall'insieme

$$\Omega = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), \\ (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), \\ (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), \\ (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), \\ (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5)\}.$$

L'evento B_1 è formato dagli eventi elementari disposti nelle prime tre righe, mentre l'evento B_2 è formato dagli eventi elementari disposti nelle prime tre colonne. L'evento $B_1 \cap B_2$ può essere descritto esplicitamente come:

$$B_1 \cap B_2 = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}.$$

b) Nel caso in cui le palline vengano estratte senza reinserimento lo spazio campionario può essere così descritto:

$$\Omega = \{ \begin{array}{ccccc} (1, 2), & (1, 3), & (1, 4), & (1, 5), \\ (2, 1), & & (2, 3), & (2, 4), & (2, 5), \\ (3, 1), & (3, 2), & & (3, 4), & (3, 5), \\ (4, 1), & (4, 2), & (4, 3), & & (4, 5), \\ (5, 1), & (5, 2), & (5, 3), & (5, 4) & \end{array} \}.$$

Anche in questo caso l'evento B_1 è formato dagli eventi elementari disposti nelle prime tre righe, mentre l'evento B_2 è formato dagli eventi elementari disposti nelle prime tre colonne. L'evento intersezione di B_1 e B_2 è dato da $B_1 \cap B_2 = \{(1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 2)\}$.

Esercizio B. a) Lo spazio campionario è dato da $\Omega = \{(C, C), (C, T), (T, C), (T, T)\}$ il quale ha cardinalità $\text{Card}(\Omega) = 4$.

b) Lo spazio campionario è dato da $\Omega = \{(C_i, C_h) : i, h = 1, \dots, 52, i \neq h\}$ con cardinalità $\text{Card}(\Omega) = 52 \cdot 51 = 2652$.

Esercizio C. a) Lo spazio campionario è dato da $\Omega = \{(r_1, \dots, r_{10}) : r_i \in \{\text{"si"}, \text{"no"}\}, i = 1, \dots, 10\}$ con cardinalità $\text{Card}(\Omega) = 2^{10}$.

b) Il sottospazio richiesto è dato da $A = \{(r_1, \dots, r_{10}) : \text{nella 10-pla compaiono 5 "si" e 5 "no"}\}$ con cardinalità $\text{Card}(A) = 10!/(5! \cdot 5!) = 252$.

c) Lo spazio campionario è dato da $\Omega = \{(r_1, \dots, r_{10}) : r_i \in \{\text{"si"}, \text{"no"}, \text{"non so"}\}, i = 1, \dots, 10\}$ con cardinalità $\text{Card}(\Omega) = 3^{10}$. Il sottospazio richiesto è invece dato da $A = \{(r_1, \dots, r_{10}) : \text{nella 10-pla compaiono 4 "si", 4 "no" e 2 "non so"}\}$ con cardinalità $\text{Card}(A) = 10!/(4! \cdot 4! \cdot 2!) = 3150$.

Esercizio D. a) Lo spazio campionario è dato da

$$\Omega = \{(T, 1), (T, 2), (T, 3), (T, 4), (T, 5), (T, 6), \\ (C, 1), (C, 2), (C, 3), (C, 4), (C, 5), (C, 6)\},$$

con cardinalità $\text{Card}(\Omega) = 12$.

b) Gli eventi richiesti sono dati da

$$\begin{aligned}A &= \{(T, 2), (T, 4), (T, 6)\}, \\B &= \{(T, 1), (T, 2), (T, 3), (T, 5), (C, 1), (C, 2), (C, 3), (C, 5)\}, \\C &= \{(C, 1), (C, 2), (C, 3), (C, 5)\}.\end{aligned}$$

c) Gli eventi richiesti sono dati da

$$\begin{aligned}(i) \quad A \cup B &= \{(T, 1), (T, 2), (T, 3), (T, 4), (T, 5), (T, 6), (C, 1), (C, 2), (C, 3), (C, 5)\}, \\(ii) \quad B \cap C &= \{(C, 1), (C, 2), (C, 3), (C, 5)\}, \\(iii) \quad B - (A \cup C) &= \{(T, 1), (T, 3), (T, 5)\}.\end{aligned}$$

d) Gli eventi A e C sono incompatibili, infatti $A \cap C = \emptyset$.