

## Calcolo delle Probabilità

### Esercitazione 8. Valore atteso, varianza e disuguaglianza di Tchebycheff

**Esercizio A.** Si lanci una moneta non truccata finché non si presenta “testa” oppure 5 volte “croce”.

- a) Determinare gli eventi elementari dell’esperimento.
- b) Indicando con  $N$  il numero di lanci effettuati, determinare la funzione di probabilità della variabile aleatoria  $N$ .
- c) Determinare il numero atteso di lanci della moneta.

**Esercizio B.** Al Casinò di Venezia, un giocatore giapponese può giocare alla roulette al massimo 5 volte in una serata. Ogni volta che gioca vince o perde un euro. Il giocatore comincia con 1 euro e si fermerà prima di aver giocato 5 partite se perderà tutti i soldi o se vincerà 3 euro, cioè quando avrà 4 euro. Si assuma che la probabilità di vincere in ogni singola partita sia pari ad  $1/4$ .

- a) Costruire il diagramma ad albero per le partite della serata.
- b) Descrivere tutti i modi in cui può terminare la serata (cioè tutti gli eventi elementari) e determinarne le rispettive probabilità.
- c) Calcolare la probabilità che il giocatore smetta di giocare prima della quinta partita (cioè che non giochi la quinta partita).
- d) Calcolare la probabilità di non perdere (cioè di non rimanere con zero euro), dato che ha giocato 5 partite.
- e) Indicando con  $Y$  il numero di partite giocate nella serata, calcolare  $E(Y)$  e  $\text{Var}(Y)$ .
- f) Indicando con  $X$  l’ammontare di euro in possesso del giocatore alla fine della serata, calcolare  $E(X)$  e  $\text{Var}(X)$ .
- g) Considerando che 1 euro = 99 yen, calcolare il valore atteso e la varianza dell’ammontare di yen in possesso del giocatore alla fine della serata.

**Esercizio C.** (*Facoltativo*.) Si assuma che la variabile aleatoria  $X$  abbia distribuzione binomiale con parametri  $n$  e  $p$ . Assumendo  $n$  fissato (si può assumere, ad esempio,  $n = 10$ ), determinare il valore di  $p$  per cui è massima la varianza di  $X$ .

**Esercizio D.** Relativamente all’Esercizio A dell’Esercitazione 6, calcolare valore atteso e varianza della variabile aleatoria continua  $X$ .

**Esercizio E.** Relativamente all’Esercizio B dell’Esercitazione 6, calcolare valore atteso e varianza delle variabili aleatorie continue  $X$  ed  $Y$ .

**Esercizio F.** Si assuma che il numero ( $X$ ) di giornali venduti al giorno in un’edicola possa essere descritto da una variabile aleatoria discreta con  $E(X) = 40$  e  $\text{Var}(X) = 100$ , e si sappia inoltre che il costo di ogni giornale è pari a 1.500 lire.

- a)** Indicando con  $G$  le entrate complessive giornaliere dalla vendita di giornali, determinare  $E(G)$  e  $\text{Var}(G)$ , sia in lire che in euro (1 euro=1.936,27 lire).
- b)** Determinare un limite superiore per la probabilità che in un dato giorno si vendano più di 50 giornali.
- c)** Determinare un limite inferiore per la probabilità che in un dato giorno si venda un numero di giornali compreso tra 21 e 59.

**Esercizio G.** Data una variabile aleatoria continua  $X$  con  $E(X) = 3$  e  $E(X^2) = 13$ , determinare un estremo inferiore per  $P(-2 < X < 8)$ .