COGNOME | | | | | | | | | | | | | | | |

NOME | | | | | | | | | | | | | | | |

N. MATRICOLA | | | | | | | **/EC**

FACOLTA' DI ECONOMIA

ESAME SCRITTO DI RICERCA OPERATIVA

Verona, 6 Giugno 1996

1) E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{cases} \min(-2x_1 + 3x_2) \\ x_1 - 2x_2 \le 2 \\ 2x_1 - x_2 \ge -2 \\ x_1 - x_2 \le 4 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Rappresentare il problema geometricamente e successivamente scriverlo in forma standard.
a) Determinare una soluzione di base in cui la funzione obiettivo assume valore = 0 ed una in cui assume valore > 0. Le due soluzioni di base sono adiacenti?
b) Risolvere il problema con l'algoritmo del simplesso.
c) Come si modifica la soluzione ottima del problema se la funzione obiettivo viene sostituita con $-2x_1 - 2x_2$?

2) Dato il seguente problema

$$\begin{cases} \min(-3x_1 - x_2) \\ x_1 + 3x_2 \le 2 \\ -2x_1 + x_2 \ge 3 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases},$$

a) scriverne il duale;
b) risolvere il duale (anche geometricamente) indicando cosa da esso si può dedurre sul problema dato.

3) Risolvere il seguente problema di Programmazione Lineare Intera utilizzando la tecnica del Branch and Bound:

$$\begin{cases} \min(-x_1 - x_2) \\ 4x_1 + 2x_2 \le 9 \\ -10x_1 + 9x_2 \le 10 \\ x_1, x_2 \ge 0 \quad \text{interi} \end{cases}$$

Illustrare la procedura risolvendo ogni passo per via geometrica.
N.B.Tutte le risposte devono essere giustificate.

COGNOME															
NOME															

N. MATRICOLA | | | | | | | **/EC**

FACOLTA' DI ECONOMIA
ESAME SCRITTO DI RICERCA OPERATIVA

Verona, 20 Giugno 1996

1) Si consideri il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{cases} \min(-2x_1 + cx_2), & c \in R \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_5 = 4 \\ x_i \geq 0 \quad i = 1, \ldots 5 \end{cases}$$

Rappresentare la regione ammissibile del problema nel piano (x_1, x_2).
a) Dire se il problema dato ha soluzioni di base degeneri oppure no.
b) Determinare la tabella del simplesso relativa alla soluzione che ha in base le componenti x_1, x_2, x_3.
c) Per quali valori di $c \in R$ la soluzione di base di cui al punto b) è soluzione ottima del problema dato?
d) (facoltativo) Scrivere, per c = -1, il duale del problema dato e determinare una sua soluzione ottima.

2) Risolvere il problema dei trasporti avente le disponibilità a_1 ed a_2, le richieste b_1, b_2 e b_3 ed i costi c_{ij} , i = 1,2 ; j = 1,2,3 , indicati nella seguente tabella:

	B_1	B_2	B_3	
A_1	8	4	2	10
A_2	3	5	5	20
	8	7	15	

Usare la regola dell'angolo Nord-Ovest per ottenere una prima soluzione di base ammissibile.

3) Risolvere il seguente problema di Programmazione Quadratica:

$$\begin{cases} \max(2x_1 + 3x_2 - x_1^2 - x_2^2) \\ 2x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

N.B.Tutte le risposte devono essere giustificate

COGNOME

NOME

N. MATRICOLA /EC

FACOLTA' DI ECONOMIA

ESAME SCRITTO DI RICERCA OPERATIVA

Verona, 4 Luglio1996

1) Si consideri il seguente sistema:

$$S: \begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = -4 + k \\ x_1 + x_2 + x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + x_5 = 8 \\ x_i \geq 0 \quad i = 1, \ldots, 5 \end{cases}$$

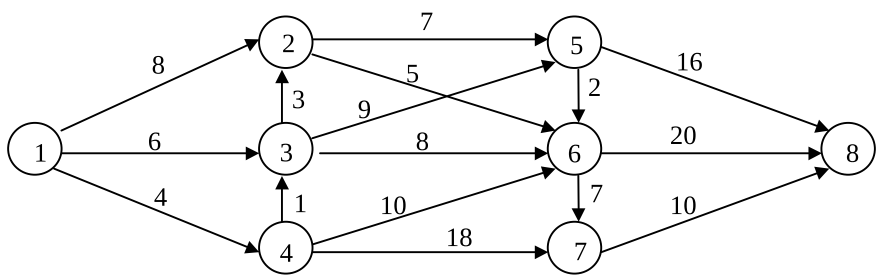
a) Applicare la Fase I dell'algoritmo del simplesso per determinare i valori di $k \in R$ per i quali esistono soluzioni del sistema S.
b) Posto k = 22/3, determinare tutte le soluzioni di base di S, specificando se sono degeneri o no.
c) Posto k = 6, risolvere con l'algoritmo del simplesso il problema che consiste nel minimizzare la funzione $-x_1+x_2$ sull'insieme delle soluzioni di S.

2) Si consideri il problema

$$\begin{cases} \min(2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 6x_4) \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \geq 2 \\ -2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 \leq -3 \\ x_i \geq 0 \quad i = 1, \ldots, 4 \end{cases}$$

a) Risolvere il duale del problema dato.
b) Utilizzare la soluzione del problema duale per risolvere il primale.

3) Si consideri il grafo sotto rappresentato (nel quale i numeri sugli archi sono le distanze)



Determinare il cammino di lunghezza minima dal nodo 1 al nodo 8, utilizzando l'algoritmo di Dijkstra.

N.B.Tutte le risposte devono essere giustificate

COGNOME | | | | | | | | | | | | | | | |

NOME | | | | | | | | | | | | | | | |

N. MATRICOLA | | | | | | | **/EC**

FACOLTA' DI ECONOMIA

ESAME SCRITTO DI RICERCA OPERATIVA

Verona, 5 Settembre1996

1) Si consideri il seguente problema di Programmazione Lineare

$$P: \begin{cases} \min(c_1x_1 + c_2x_2) \\ a_{11}x_1 \qquad + x_3 \qquad = b_1 \\ -2x_1 + a_{22}x_2 \qquad + x_4 \qquad = 2 \\ \qquad 2x_2 \qquad + x_5 = 3 \\ x_i \geq 0 \quad i = 1,\dots,5 \end{cases}$$

a) Scrivere la tabella del simplesso relativa al problema P e dire per quali valori di $c_1, c_2, a_{11}, a_{22}, b_1$ vale ognuna delle seguenti condizioni:

- $x^0 = (0,0,b_1,2,3)$ è ammissibile ed il problema non ha soluzioni ottime finite;
- x^0 è ammissibile ma non ottima, la variabile x_2 è candidata ad entrare in base in sostituzione di x_4;
- x^0 è ammissibile, inserendo in base x_2 si ottiene una soluzione di base degenere;
- x^0 è soluzione ottima, ma non unica.

b) Posto $c_1 = -2$, $c_2 = -1$, $a_{11} = 2$, $a_{22} = 2$, $b_1 = 4$, risolvere il problema ottenuto con l'algoritmo del simplesso.

2) Dato il problema di Programmazione Lineare

$$P: \begin{cases} \min(c_1x_1 + c_2x_2) \\ 2x_1 + x_2 - x_3 \qquad = b_1 \\ x_1 + 2x_2 \qquad + x_4 = b_2 \\ x_i \geq 0 \quad i = 1,\dots,4 \end{cases}$$

determinare c_1, c_2, b_1, b_2 in modo che siano verificate entrambe le condizioni:

i) (1,0,1,0) e (1/2,1/4,1/4,0) sono soluzioni ottime di P;

ii) (0,-1) è soluzione ottima del duale di P.

3) Determinare, con il metodo dei piani secanti, la soluzione ottima del problema ottenuto al punto b) dell'esercizio 1 con l'aggiunta del vincolo di interezza sulla variabile x.

N.B.Tutte le risposte devono essere giustificate

COGNOME

NOME

N. MATRICOLA /EC

FACOLTA' DI ECONOMIA

ESAME SCRITTO DI RICERCA OPERATIVA

Verona, 19 Settembre1996

1) Dato il problema

$$\begin{cases} \min(-2x_1 - 4x_2) \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ -x_1 + x_2 \leq 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

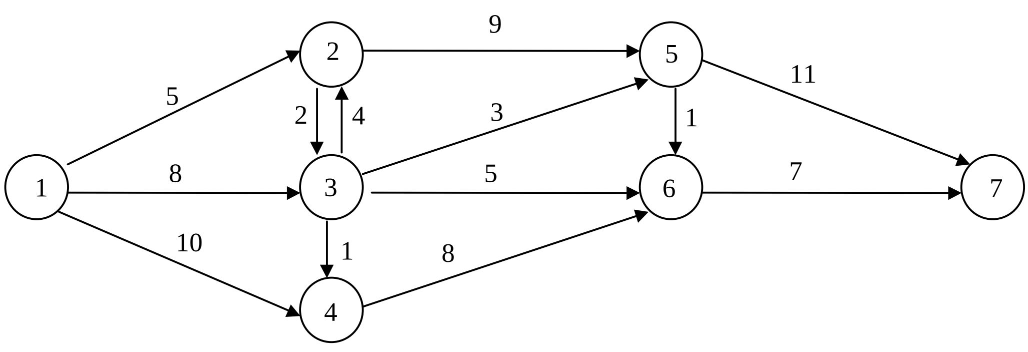
a) determinare le soluzioni di base del problema, specificando quali sono degeneri e quali non degeneri;
b) risolvere il problema con l'algoritmo del simplesso. La soluzione ottima è unica?

2) Si consideri il seguente problema:

$$\text{P:}\begin{cases} \min(c_1x_1 + c_2x_2) \\ x_1 + 2x_2 \geq 1 \\ x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} .$$

a) Scrivere il duale di P;
b) dire se esistono valori di c_1, c_2 per i quali il duale di P non ha soluzioni ottime finite;
c) dire per quali valori di c_1, c_2 il duale di P ha regione ammissibile vuota;
d) posto c_1=2 e c_2=1, risolvere geometricamente il problema P. Successivamente trovare la soluzione ottima del problema duale, sfruttando il teorema degli scarti complementari.

3) Data la seguente rete (nella quale i numeri sugli archi sono le capacità massime)



determinare il flusso massimo dal nodo 1 al nodo 7, utilizzando l'algoritmo di Ford-Fulkerson.

N.B.Tutte le risposte devono essere giustificate.

COGNOME | | | | | | | | | | | | | | |

NOME | | | | | | | | | | | | | | |

N. MATRICOLA | | | | | | | **/EC**

FACOLTA' DI ECONOMIA

ESAME SCRITTO DI RICERCA OPERATIVA

Verona, 3 Ottobre 1996

1) Si consideri il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$P: \begin{cases} \min(c_1 x_1 + c_2 x_2) \\ x_1 \le 5 \\ x_1 + x_2 \le k \\ x_2 \le 5 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases} \quad , \quad k \ge 0.$$

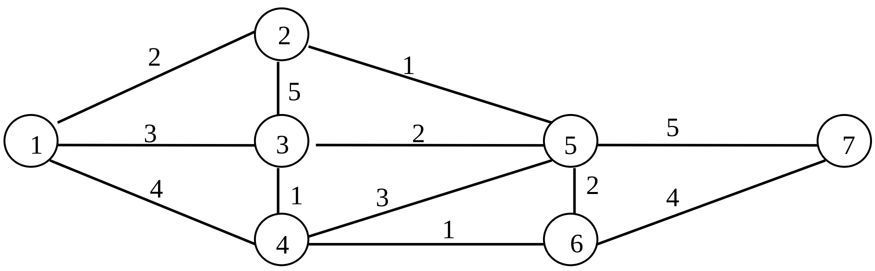
a) Dire per quali valori di k il problema ha soluzioni di base degeneri e in tal caso determinarle;
b) studiare al variare di c_1, $c_2 \in \mathrm{R}$ e di $k \ge 0$ l'esistenza di soluzioni ottime finite del duale di P;
c) posto $k = 6$, dire per quali valori di c_1 e c_2 la soluzione $(x_1,x_2) = (5,1)$ è soluzione ottima unica di P e per quali valori di c_1 e c_2 è soluzione ottima non unica;
d) posto $k = 6$, $c_1 = -2$ e $c_2 = -1$, risolvere il problema P.

2) Dato il seguente problema:

$$\begin{cases} \min\left[-(x_1-1)^2 - (x_2-1)^2\right] \\ x_1^2 + x_2^2 \le 4 \\ x_1 + x_2 \ge 1 \end{cases} ,$$

a) dire se il problema è convesso;
b) dire se il problema è regolare;
c) dire se nel punto $\left(\frac{1-\sqrt{7}}{2}, \frac{1+\sqrt{7}}{2}\right)$ vale la condizione di Kuhn-Tucker e verificare la risposta.

3) Dato il seguente grafo (nel quale i numeri riportati sugli archi rappresentano i costi)



si determini con uno degli algoritmi noti (Kruskal, Prim) l'albero di supporto minimo.
N.B.Tutte le risposte devono essere giustificate.

COGNOME | | | | | | | | | | | | | | | |

NOME | | | | | | | | | | | | | | | |

N. MATRICOLA | | | | | | | **/EC**

FACOLTA' DI ECONOMIA

ESAME SCRITTO DI RICERCA OPERATIVA

Verona, 18 Dicembre 1996

1) Si consideri il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$P: \begin{cases} \min(cx_1 + x_2) \\ 2x_1 + x_2 \le 4 \\ x_1 - 2x_2 \le k \\ x_1 - 2x_2 \ge -4 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

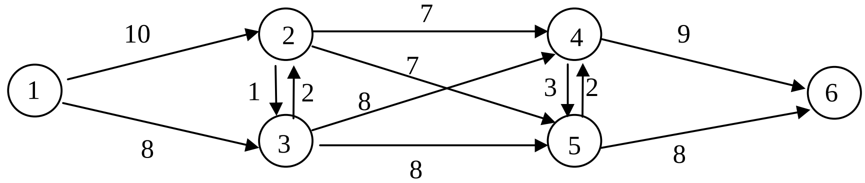
a) Determinare un valore di $k \in R$ per cui il problema P ha (almeno) una soluzione di base degenere e in corrispondenza di una tale soluzione determinare tutte le matrici di base associate;
b) determinare i valori di k per cui la regione ammissibile di P e' vuota;
c) determinare i valori di k per cui il secondo vincolo e' ridondante;
d) posto $k = 1$, determinare i valori di c per cui la soluzione $(x_1, x_2) = (1{,}0)$ e' soluzione ottima di P;
e) scrivere il duale di P e risolverlo per $k = 1$ e $c = -1/2$;
f) (facoltativo) se $k = -8$, esistono valori di $c \in R$ per cui il duale di P ha soluzioni ottime finite?

2) Si consideri il problema del trasporto di minimo costo totale avente le disponibilità a_1, a_2 ed a_3, le richieste b_1 e b_2 ed i costi c_{ij}, i = 1,2,3 ; j = 1,2 , indicati nella seguente tabella:

	B_1	B_2	
A_1	3	2	9
A_2	5	4	9
A_3	2	7	12
	10	20	

Scrivere il duale di tale problema e determinare una sua soluzione ottima.

3) Si consideri il grafo sotto rappresentato (nel quale i numeri sugli archi sono le distanze)



Determinare il cammino di lunghezza minima dal nodo 1 al nodo 6. Esistono percorsi alternativi che implichino la stessa minima distanza?
N.B.Tutte le risposte devono essere giustificate.