

La Massimizzazione del profitto

Studio del comportamento dell'impresa, soggetto a vincoli quando si compiono scelte. Ora vedremo un modello per analizzare le scelte di quantità prodotta e come produrla. L'impresa sceglie un piano di produzione per massimizzare il profitto.

Partiamo da **mercato concorrenziale**, ovvero situazione nella quale ciascun produttore non può influire sui prezzi di prodotti e fattori.

1. Profitto

Si definisce profitto la differenza tra ricavi e costi. Se l'impresa produce n output (y_1, \dots, y_n) ai prezzi (p_1, \dots, p_n) impiegando m input (x_1, \dots, x_m) con prezzi (w_1, \dots, w_m) . Il profitto dell'impresa, π , viene espresso come:

$$\pi = \sum_{i=1}^n p_i y_i - \sum_{j=1}^m w_j x_j,$$

Nel calcolo devono essere inclusi

- tutti i fattori produttivi impiegati dall'impresa,
- valutati al prezzo di mercato.

Questo vale anche se il proprietario è colui che gestisce l'impresa. Se individuo lavora in impresa di sua proprietà,

il suo lavoro deve essere considerato come fattore produttivo e valutato al prezzo di mercato, cioè secondo quanto guadagnerebbe se offrisse il lavoro sul mercato del lavoro. Idem per agricoltore e suo terreno utilizzato nel processo produttivo: deve far ricorso al suo prezzo di mercato per calcolarne il costo economico.

Si tratta cioè del **costo di opportunità**: l'idea è che se si impiega il fattore di produzione che si possiede nel processo di produzione si perde l'opportunità di impiegarlo in un'altra. Il terreno potrebbe essere affittato, per esempio, ed è appunto questa mancata rendita che va imputata come costo di produzione nel caso si impieghi in un processo produttivo da parte del proprietario.

Quindi la definizione economica di profitto richiede che tutti input e output siano valutati al loro costo di opportunità. Il profitto calcolato dai contabili non misura necessariamente il profitto economico, in quanto spesso si impiega il concetto di costo storico (costo del bene al momento dell'acquisto, scontato o ammortizzato) e non quello economico (costo del bene se fosse acquistato al momento del calcolo del profitto).

Sugli orizzonti temporali, attenzione. Di solito input misurati in termini di *flussi*: un certo numero di ore-lavoro e ore-macchina per settimana produrranno un certo output per settimana. I salari saranno espressi in euro/ora, mentre per i macchinari si avrà il canone di affitto, ovvero il prezzo al quale i macchinari possono essere affittati per quel dato periodo di tempo.

Visto che spesso le imprese acquistano i macchinari, il mercato dell'affitto è sottile, cioè non ben sviluppato: allora si dovrà calcolare il prezzo di affitto implicito, valutando il costo di acquisto e di vendita alla fine.

2. Profitti e mercato azionario

Il processo produttivo di un'impresa continua spesso per un lungo periodo di tempo, anche 50-100 anni per gli immobili, con la necessità quindi di valutare un flusso di costi e ricavi in diversi periodi di tempo.

Si usa allora il valore attuale, impiegando il saggio di interesse per scontare i valori in periodi diversi. Idem per gli investimenti.

Se siamo in mondo privo di incertezza, il flusso futuro dei profitti di un'impresa è noto a tutti. Il **valore attuale dell'impresa** in questo caso coincide con il valore attuale dei flussi di profitti futuri e corrisponde al prezzo che si sarebbe disposti a pagare per comprarla.

Nel caso di società di capitali, società per azioni, che emettono certificati azionari che rappresentano quote dell'impresa. Sulla base di queste quote le imprese distribuiscono i dividendi, ovvero una quota dei profitti dell'impresa.

Sul **mercato azionario** vengono comprate e cedute le azioni, il cui prezzo rappresenta il valore attuale del flusso dei dividendi che gli azionisti si aspettano di ricevere dalla società. Quindi il valore di un'impresa, determinato dal mercato azionario, coincide con il valore attuale dei profitti che ci si attende l'impresa generi in futuro.

L'obiettivo dell'impresa – massimizzare il valore attuale del flusso dei profitti – potrebbe essere anche definito come l'obiettivo della massimizzazione del suo valore sul mercato azionario. Senza incertezza i due obiettivi coincidono. I proprietari vorranno che l'impresa scelga quei piani di produzione che massimizzano il suo valore sul mercato azionario, in quanto così anche il valore delle azioni che detengono sarà massimizzato. Questo consente di aumentare il valore delle proprie dotazioni.

Eccezioni: imprese pubbliche, imprese non-profit, nel caso di separazione tra proprietà e controllo.

3. Fattori fissi e fattori variabili

In un certo periodo di tempo può risultare difficile poter variare la quantità impiegata di certi fattori. Per esempio, l'impresa potrebbe affittare un edificio, con l'obbligo legale di acquistarne la proprietà in un certo periodo di tempo (*leasing*). Quindi definiamo **fattore fisso** quel fattore produttivo che l'impresa deve impiegare in quantità predeterminate. Se un fattore può essere impiegato in quantità variabili, lo si definisce **fattore variabile**.

Per noi, il breve periodo è quel periodo di tempo nel quale alcuni fattori sono fissi, ovvero possono essere utilizzati solo in quantità prefissate. Nel caso decidesse di avere produzione nulla, impresa potrebbe avere un profitto negativo.

Nel lungo periodo, invece, l'impresa può variare la combinazione di TUTTI i fattori produttivi. Nel lungo periodo l'impresa può avere come minimo solo profitti non-negativi.

Per definizione, i fattori fissi sono i fattori di cui si devono sostenere i costi a prescindere dal livello di produzione, come per esempio l'affitto di un edificio. Altra categoria di fattori, quelli **quasi-fissi**, vengono usati in quantità fisse dall'impresa se l'output è positivo ma che non viene acquistata nel caso di produzione nulla. Esempio è l'elettricità per l'illuminazione.

4. Massimizzazione del profitto nel breve periodo

Sia la quantità del fattore 2 fissa ad un livello \bar{x}_2 , con $f(x_1, x_2)$ la funzione di produzione, p il prezzo dell'output e w_1 e w_2 i prezzi dei fattori. Il problema di massimizzazione dei profitti è il seguente:

$$\max_{x_1} pf(x_1, \bar{x}_2) - w_1x_1 - w_2\bar{x}_2.$$

È una scelta ottimale di x_1 quando il valore del prodotto marginale del fattore 1 è uguale al prezzo del fattore stesso, cioè:

$$pMP_1(x_1^*, \bar{x}_2) = w_1,$$

dove x_1^* rappresenta la scelta della quantità da impiegare del fattore 1 che massimizza il profitto.

Perché?: se ne uso un po' di più, Δx_1 , si produrrà una quantità addizionale pari a $\Delta y = MP_1 \Delta x_1$,

il cui valore è pari a $pMP_1 \Delta x_1$.

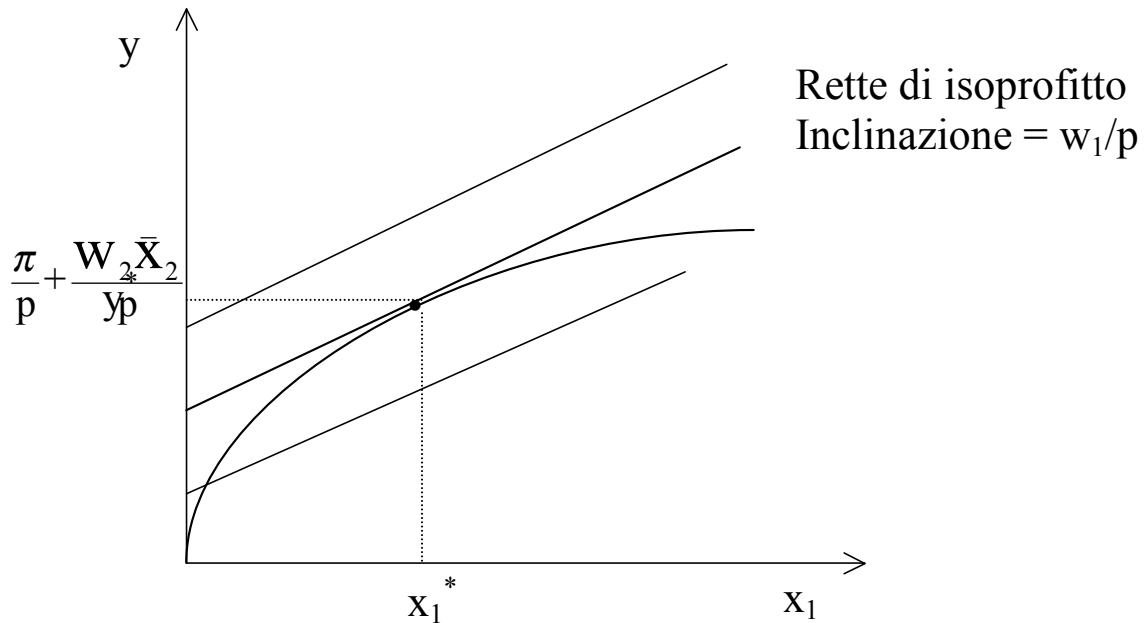
Produrlo costerà $w_1 \Delta x_1$.

Se il valore del prodotto marginale fosse superiore al suo costo, sarebbe possibile aumentare i profitti impiegando una quantità maggiore dell'input 1. Se invece il valore del prodotto marginale fosse inferiore al suo costo, sarebbe possibile incrementare i profitti *diminuendo* la quantità impiegata del fattore 1.

Se i profitti risultano già massimi, allora essi non aumenteranno sia che si aumenti sia che si diminuisca la quantità del fattore 1. Quindi ciò significa che quando la scelta della quantità del fattore massimizza il profitto, il valore del prodotto marginale, $pMP_1(x_1^*, \bar{x}_2)$, deve essere uguale al prezzo del fattore, w_1 .

Graficamente possiamo ottenere la stessa condizione (figura 1). La curva rappresenta la funzione di produzione nel caso in cui la quantità del fattore 2 sia fissa al livello \bar{x}_2 .

$$y = f(x_1, \bar{x}_2)$$



Indicando con y l'output dell'impresa, i profitti saranno

$$\pi = py - w_1x_1 - w_2\bar{x}_2.$$

Risolvendo per y in funzione di x_1 otteniamo:

$$y = \frac{\pi}{p} + \frac{w_2}{p}\bar{x}_2 + \frac{w_1}{p}x_1. \quad (1.1)$$

Equazione della **retta di isoprofitto**: corrisponde a tutte le combinazioni di input ed output associate ad un livello costante del profitto π . Al variare di π si ottiene un fascio di rette parallele, con inclinazione w_1/p , ed intercetta verticale $\pi/p + w_2\bar{x}_2/p$. Questa ultima espressione corrisponde alla somma del profitto e dei costi fissi dell'impresa. A livelli di profitto più elevati corrispondono rette di isoprofitto con intercette verticali più elevate.

Il problema della massimizzazione del profitto consiste nel trovare sulla funzione di produzione il punto corrispondente alla retta di isoprofitto più elevata. È come il solito una condizione di tangenza: l'inclinazione della funzione di produzione deve essere uguale all'inclinazione della retta di isoprofitto.

Notare che l'inclinazione della funzione di produzione è il prodotto marginale, mentre l'inclinazione della retta di isoprofitto è w_1/p . La condizione di tangenza può essere espressa anche come:

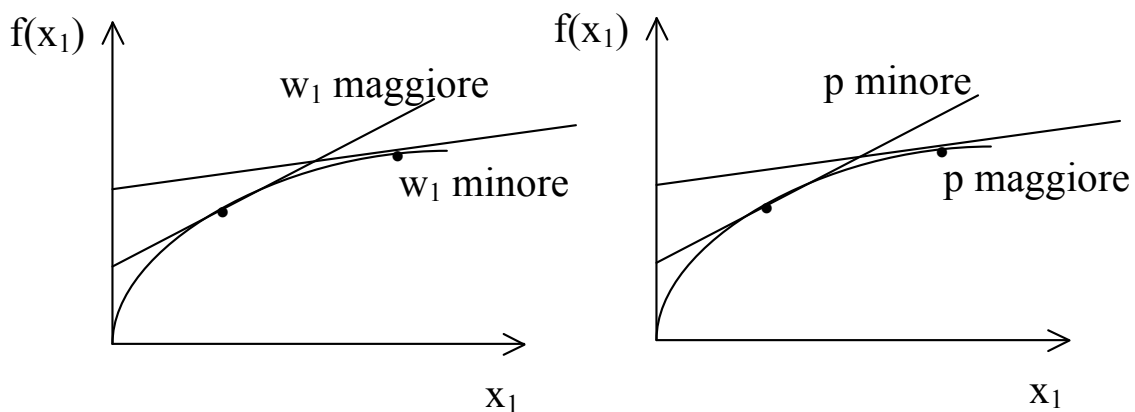
$$MP_1 = \frac{w_1}{p},$$

che è equivalente alla condizione di prima.

5. Statica comparata

Come varia la scelta degli input e degli output di un'impresa al variare dei loro prezzi?

Per esempio, come varia la scelta ottima del fattore 1 al variare del suo prezzo w_1/p ? Ritorniamo all'equazione 1 dell'equazione di isoprofitto: come w_1 aumenta, la retta di isoprofitto diventa più ripida (figura 2). Più la retta di isoprofitto diventa ripida, e tanto più si sposta a sinistra la condizione di tangenza, e quindi diminuisce la quantità ottima del fattore 1. Quindi ciò significa che all'aumentare del prezzo del fattore la sua quantità domandata diminuirà, ovvero che le curve di domanda dei fattori hanno inclinazione negativa.



Analogamente per il prezzo dell'output p : se questo diminuisce, la retta di isoprofitto diventa più ripida e quindi l'uso del fattore 1 che massimizza il profitto deve diminuire. Se diminuisce la quantità impiegata del fattore, e si assume che il livello del fattore 2 rimane fisso nel breve periodo, diminuirà il livello dell'output. Quindi, altro risultato di statica comparata, una riduzione del prezzo dell'output farà sì che la sua offerta diminuisca. La

funzione di offerta del prodotto ha quindi inclinazione positiva.

Cosa succede se varia il prezzo del fattore 2, w_2 ? Visto che la nostra è analisi di breve periodo, di fatto non succede niente in quanto non si può modificare la quantità impiegata del fattore 2 nel breve periodo. Inoltre, la variazione del prezzo del fattore 2 non influisce sulla pendenza della retta di isoprofitto e quindi NON vi saranno variazioni dell'altro fattore o del prodotto.

6. Massimizzazione del profitto nel lungo periodo

Nel lungo periodo l'impresa può variare il livello di tutti i fattori. Il problema della massimizzazione del profitto in questo caso si può rappresentare come:

$$\max_{x_1, x_2} pf(x_1, x_2) - w_1 x_1 - w_2 x_2.$$

Problema simile a quello di prima, con la differenza che in questo caso si devono scegliere i livelli di entrambi i fattori. La condizione che determina le scelte ottimali rimane la stessa, solo che deve essere applicata a *ciascun* fattore.

Abbiamo visto che il valore del prodotto marginale del fattore 1 deve essere uguale al suo prezzo, quale che sia il valore del fattore 2. Ora vale per *ciascun* fattore:

$$\begin{aligned} pMP_1(x_1^*, x_2^*) &= w_1, \\ pMP_2(x_1^*, x_2^*) &= w_2. \end{aligned}$$

Scegliendo le quantità ottimali dei fattori 1 e 2 il valore del prodotto marginale di ciascun fattore sarà uguale al suo prezzo.

7. Curve di domanda inversa dei fattori

Le due condizioni viste sopra ci danno due equazioni in due incognite, x_1^* e x_2^* . Conoscendo la produttività marginale del fattore 1 e 2, le quantità ottime da impiegare di x_1 e x_2 che risolvono le equazioni possono essere espresse in funzione dei prezzi.

Le equazioni così ottenute sono le **curve di domanda dei fattori**: esprimono la relazione tra il prezzo di un fattore e la scelta di questo fattore che massimizza il profitto.

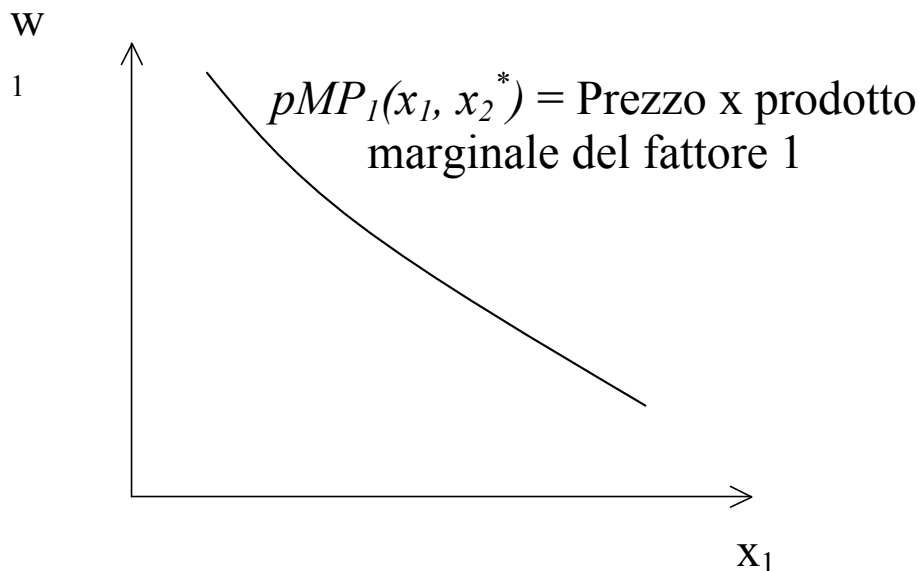
Abbiamo visto come si determinano le scelte che massimizzano il profitto: dati i prezzi (p, w_1, w_2), basta trovare le quantità domandate dei fattori, (x_1^*, x_2^*) , tali che il valore del prodotto marginale di ciascun fattore sia uguale al suo prezzo.

La curva di domanda inversa dei fattori esprime la stessa relazione da un diverso punto di vista. Stabilisce quali devono essere i prezzi dei fattori perché venga domandata una certa quantità di input. Se si assume come data la scelta ottima del fattore 2, è possibile definire la relazione tra la scelta ottima del fattore 1 ed il suo prezzo (figura 3). Vedi il grafico dell'equazione:

$$pMP_1(x_1, x_2^*) = w_1.$$

Se si assume che la produttività marginale è decrescente, la curva sarà inclinata negativamente. Per qualsiasi livello di x_1 , questa curva determina il prezzo del fattore 1 che induce

l'impresa a domandare un certo livello di x_1 , se il fattore 2 viene mantenuto fisso a x_2^* .



8. Massimizzazione del profitto e rendimenti di scala

C'è un'importante relazione tra la massimizzazione del profitto di un'impresa in concorrenza ed i rendimenti di scala. Supponiamo che impresa abbia scelto il livello di output $y^* = (x_1^*, x_2^*)$, che massimizza il profitto nel lungo periodo, ovvero:

$$\pi^* = p y^* - w_1 x_1^* - w_2 x_2^* .$$

Supponiamo che la funzione di produzione abbia rendimenti di scala costanti e che il profitto sia positivo. Cosa succede se l'impresa raddoppia l'uso dei fattori? Raddoppia la produzione. E il profitto? Raddoppia.

Ma allora la scelta iniziale dell'impresa NON massimizzava i profitti. Contraddizione! Contraddizione perché abbiamo assunto che profitto iniziale fosse positivo.

Si dimostra così che per un'impresa che opera in concorrenza a rendimenti costanti per tutti i livelli di output, il solo ragionevole livello di profitto nel lungo periodo è zero. Come mai, visto che imprese tendono a massimizzare il profitto?

Supponiamo che impresa tenti di espandersi illimitatamente. Potrebbero esserci tre diversi tipi di conseguenze:

- impresa potrebbe ingrandirsi tanto da non essere più in grado di operare in modo efficiente. Questo equivale a dire che in realtà l'impresa NON gode di rendimenti di scala costanti per tutti i livelli di output. I problemi di coordinamento che sorgono potrebbero farla entrare in una fase di rendimenti decrescenti.

- impresa potrebbe espandersi tanto da dominare totalmente il mercato del suo prodotto. Allora non ci sarebbe un comportamento concorrenziale. Impresa cercherebbe di sfruttare le proprie dimensioni per influenzare il prezzo di mercato. In altri termini, l'impresa non avrebbe motivo di attenersi a modello di massimizzazione concorrenziale del profitto. Vedremo modelli di monopolio.

- se impresa può realizzare un profitto positivo con una tecnologia a rendimenti di scala costanti, lo stesso possono fare altre imprese. Se impresa decide di aumentare la produzione, lo stesso possono fare le altre imprese. Ma se tutte aumentano la produzione, ne consegue la riduzione del profitto di tutte le imprese dell'industria.

9. Minimizzazione dei costi

Se impresa massimizza il profitto scegliendo di produrre y , significa anche che minimizza il costo di produzione di y . Se non fosse così, dovrebbe esistere modo più economico di produrre y unità di output e quindi l'impresa non massimizzerebbe il profitto.

Questa osservazione ci mostra come il problema di massimizzazione del profitto possa essere decomposto in due fasi: la minimizzazione dei costi necessari per produrre una quantità y di output, e la determinazione della quantità di output che corrisponde alla massimizzazione del profitto.

Riassunto

- Profitto come differenza tra ricavi e costi, con i costi valutati al prezzo di mercato;
- fattori fissi, la cui quantità non dipende dal livello di produzione, mentre variabili sono i fattori la cui quantità dipende dal livello della produzione;
- nel breve periodo alcuni fattori possono essere utilizzati in quantità predeterminate, mentre nel lungo periodo tutti i fattori sono liberi di variare;
- se l'impresa massimizza il profitto, il valore del prodotto marginale di ciascun fattore libero di variare deve essere uguale al suo prezzo;
- la logica della massimizzazione del profitto implica che la funzione di offerta di impresa concorrenziale sia funzione crescente del prezzo dell'output, mentre la funzione di domanda di ciascun fattore sia una funzione decrescente del prezzo del fattore stesso;
- se impresa presenta rendimenti di scala costanti, il suo massimo profitto nel lungo periodo deve essere nullo.

Appendice (Cobb-Douglas)

La massimizzazione del profitto dell'impresa:

$$\max_{x_1, x_2} pf(x_1, x_2) - w_1x_1 - w_2x_2.$$

Le cui condizioni di primo ordine sono

$$p \frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} - w_1 = 0,$$
$$p \frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} - w_2 = 0.$$

Vediamo queste condizioni nel caso della funzione di produzione Cobb-Douglas, con $f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$. Le condizioni di primo ordine sono:

$$pax_1^{a-1}x_2^b - w_1 = 0,$$
$$pbx_1^ax_2^{b-1} - w_2 = 0.$$

Moltiplichiamo la prima espressione per x_1 e la seconda per x_2 per ottenere:

$$pax_1^ax_2^b - w_1x_1 = 0,$$
$$pbx_1^ax_2^b - w_2x_2 = 0.$$

Se $y = x_1^ax_2^b$ rappresenta la quantità di output prodotta dall'impresa, possiamo riscrivere le espressioni precedenti come segue:

$$\begin{aligned} \text{pay} &= w_1 x_1, \\ \text{pby} &= w_2 x_2. \end{aligned}$$

Risolvendo per x_1 e x_2 otteniamo:

$$\begin{aligned} x_1^* &= \frac{apy}{w_1}, \\ x_2^* &= \frac{bpy}{w_2}. \end{aligned}$$

Queste sono le domande dei fattori come funzione della scelta ottima di output, ma quest'ultima rimane da determinare. Allora inseriamo le domande ottime dei fattori nella funzione di produzione per ottenere:

$$y = \left(\frac{apy}{w_1} \right)^a \left(\frac{bpy}{w_2} \right)^b.$$

Da cui

$$y = y^{a+b} \left(\frac{ap}{w_1} \right)^a \left(\frac{bp}{w_2} \right)^b,$$

ovvero

$$y = \left(\frac{ap}{w_1} \right)^{\frac{a}{1-a-b}} \left(\frac{bp}{w_2} \right)^{\frac{b}{1-a-b}}.$$

Questa è la funzione di offerta Cobb-Douglas dell'impresa che fornisce, insieme alle funzioni dei fattori già ottenute, una soluzione completa al problema di massimizzazione del profitto.

Notare che con rendimenti di scala costanti – cioè quando $a + b = 1$ - la funzione di offerta non è definita. Fino a che i prezzi dell'output e degli input consentono di mantenere i profitti uguale a zero, un'impresa con tecnologia CD sarà indifferente al livello della propria offerta.