

Statistica Inferenziale

Esercitazione 2. Stima puntuale

Esercizio A. Una società di leasing acquista macchinari per la tessitura del cotone e li dá in locazione a diverse ditte. Il valore residuo dei macchinari alla fine del primo anno è funzione del tempo di uso. Sia X_i la v. a. che descrive il numero di ore di uso del macchinario i -esimo e siano μ_X e $\sigma_X^2 = 200$ la sua media e la sua varianza, rispettivamente. Inoltre, sia R_i la perdita percentuale di valore dell' i -esimo macchinario nel primo anno e si assuma $R_i = 5 + 0,5X_i$. Si sappia infine che l'estrazione di un campione casuale di 50 macchinari ha fornito una media campionaria per le ore di uso dei macchinari pari a $\bar{x} = 110$.

- a) Si dica se $\bar{R} = 5 + 0,5\bar{X}$ è uno stimatore corretto del valore atteso $E(R_i)$.
- b) Si determini la varianza dello stimatore \bar{R} .
- c) Si dica se \bar{R} è uno stimatore consistente di $E(R_i)$.
- d) Si determini il valore della numerosità campionaria necessaria affinché l'errore di stima $|\bar{X} - \mu_X|$ sia non superiore a 10 con probabilità pari a 0,95 (suggerimento: si usi il teorema del limite centrale.)

Esercizio B. Si vuole stimare l'affluenza alle urne alle prossime elezioni regionali. A tale scopo, si vuole procedere all'estrazione di un campione casuale di n elettori a cui chiedere se andranno o meno a votare. Sia N la numerosità dell'elettorato attivo e p la proporzione di elettori che si recheranno a votare. Sia inoltre \hat{p} la stima della probabilità p determinata sulla base del campione che si vuole estrarre.

- a) Si dica se $N \times \hat{p}$ è uno stimatore corretto dell'affluenza alle urne.
- b) Si determini la numerosità campionaria n necessaria affinché l'errore di stima $\hat{p} - p$ sia in valore assoluto non superiore a 0,05 con una probabilità pari a 0,95. (Suggerimento: Si noti che la numerosità campionaria n è inversamente proporzionale alla varianza dello stimatore \hat{p} la quale è funzione del parametro da stimare p . Come criterio cautelare si ponga la varianza dello stimatore \hat{p} pari al valore massimo possibile, ovvero pari a $(0,5)^2/n$. Seguendo questo criterio cautelare non si rischia di sottostimare n .)

Esercizio C. Siano X_1, X_2, X_3 tre v. a. indipendenti e identicamente distribuite con media pari a μ e varianza pari a σ^2 . Si consideri $T = (3X_1 + 4X_2 + 2X_3)/7 + a$ come un possibile stimatore per il parametro μ .

- a) Si dica se esiste un valore di a tale che T sia uno stimatore corretto di μ .
- b) Valutare la distorsione di T per $a = 10$.