

## Statistica Inferenziale

### Esercitazione 3. Intervalli di confidenza

**Esercizio A.** Si vuole valutare l'importo medio mensile dei prelievi effettuati attraverso carta di credito da parte delle persone di età inferiore ai 30 anni. Si assuma di non conoscere la distribuzione di tale importo nella popolazione considerata. Indicando con  $X$  la v. a. che descrive l'importo prelevato in un mese da parte di un soggetto scelto a caso in quella fascia di età, si indichi con  $\mu_X$  il suo valore atteso. Si assuma quindi di considerare un campione casuale  $X_1, \dots, X_{50}$  di 50 soggetti titolari di carta di credito in quella fascia di età e di osservare un valore medio pari a  $\bar{x} = 53,00$  euro e una varianza campionaria corretta pari a  $S^2 = 20,00^2$ .

a) Si determini un intervallo di confidenza al 99% per l'importo medio dei prelievi  $\mu_X$  (suggerimento: si approssimi la distribuzione della media campionaria con una normale).

**Esercizio B.** Nel determinare la riserva patrimoniale da costituire a fronte di un investimento di 80 milioni di euro, una banca deve stimare il "Value at Risk". Sia  $R_i$  la v. a. che descrive l'incremento di valore subito dal nostro investimento nel giorno  $i$ , e si assuma che  $R_i$  sia distribuita normalmente con media  $\mu_R$  e varianza  $\sigma_R^2$ . Si noti che  $R_i$  è negativo in caso di perdita di valore. Il "Value at Risk" è la perdita di valore  $T$  che viene superata da  $R_i$  con probabilità molto alta, in genere pari a 0,99. Formalmente, esso è quel valore  $T$  tale che  $P(R_i \leq T) = 0,01$ . Per il calcolo di tale valore la banca deve acquisire informazioni sulla media e sulla varianza delle v. a.  $R_i$ . Si osserva a questo scopo un campione casuale  $R_1, \dots, R_{30}$  di  $n = 30$  giorni (in questo caso possiamo fare l'ipotesi semplificatrice che le  $R_i$  siano indipendenti da un giorno all'altro) in cui l'incremento di valore giornaliero medio è stato pari a 0,3 milioni e la varianza campionaria corretta ha assunto un valore  $S^2 = (5,2)^2$ .

a) Si sottoponga a test l'ipotesi  $H_0 : \mu_R = 0,5$ , contro l'alternativa  $H_1 : \mu_R < 0,5$  (si scelga una probabilità di errore di primo tipo pari ad  $\alpha = 0,05$ ).

b) Si determini un intervallo di confidenza al 95% per la varianza  $\sigma_R^2$ .

c) Si determini il "Value at Risk"  $T$  sotto l'ipotesi che  $\mu_R = 0,5$  e prendendo come valore della varianza l'estremo superiore dell'intervallo di confidenza calcolato al punto b).

**Esercizio C.** Si vogliono acquisire informazioni sulla probabilità che i laureati della Facoltà di Economia di Verona trovino una occupazione stabile entro due anni dalla laurea.

a) Determinare un intervallo di confidenza al 95% per tale probabilità sulla base di un campione costituito da  $n = 351$  laureati in cui il 64,8% ha trovato una occupazione stabile entro due anni dalla laurea.