Lezione 10

Incertezza

L'incertezza

- Cos'è incerto nei sistemi economici?
  - I prezzi di domani
  - La ricchezza futura
  - La disponibilità futura di beni
  - Le azioni presenti e future delle altre persone.

L'incertezza

- Quali sono le risposte razionali all'incertezza?
  - assicurarsi (salute, vita, auto)
  - fare un piano di consumo condizionato, cioè stabilire cosa sarà consumato in ogni diverso stato di natura

Stati di Natura

- Possibili stati di Natura:
  - "incidente automobilistico" (a)
  - "nessun incidente" (na).
- L'incidente avviene con probabilità π_a La probabilità che non avvenga è π_{na}

  $\pi_a + \pi_{na} = 1.$
- L'incidente causa una perdita di €L

Consumo condizionato

- Un contratto attivo solo quando accade un particolare stato di Natura è detto contingente allo stato.
- Es. l'assicuratore paga solo se c'è un incidente.

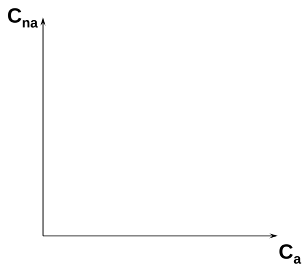
Consumo condizionato

- Un piano di consumo condizionato si implementa solo quando accade un particolare stato di Natura.
- Es. andare in vacanza solo se non si fanno incidenti.

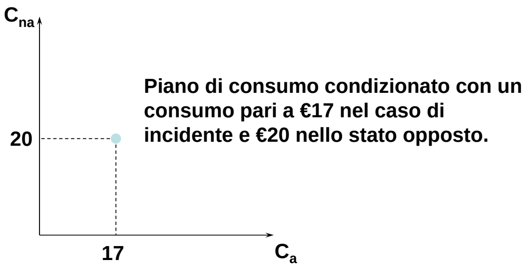
Vincolo di bilancio condizionato

- Ogni €1 di assicurazione per gli incidenti costa γ.
- I consumatori hanno €m di ricchezza.
- C_{na} è il consumo in caso di nessun incidente.
- C_a è il consumo nel caso di incidente.

Vincolo di bilancio condizionato



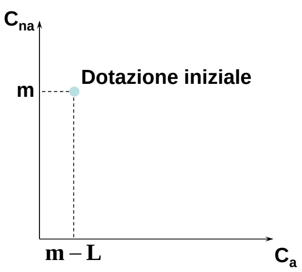
Vincolo di bilancio condizionato



Vincolo di bilancio condizionato

- Senza assicurazione,
- $C_a = m - L$
- $C_{na} = m$
- L = danno

Vincolo di bilancio condizionato



Vincolo di bilancio condizionato

- Comprando €K di assicurazione.
- $C_{na} = m - \gamma K$.
- $C_a = m - L - \gamma K + K = m - L + (1- \gamma)K$.

Vincolo di bilancio condizionato

- Comprando €K di assicurazione.
- $C_{na} = m - \gamma K$.
- $C_a = m - L - \gamma K + K = m - L + (1-\gamma)K$.
- Quindi $K = (C_a - m + L)/(1-\gamma)$

Vincolo di bilancio condizionato

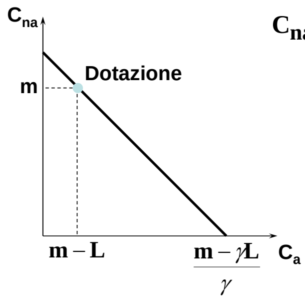
- Comprando €K di assicurazione.
- $C_{na} = m - \gamma K$.
- $C_a = m - L - \gamma K + K = m - L + (1-\gamma)K$.
- ➔ $K = (C_a - m + L)/(1-\gamma)$
- $C_{na} = m - \gamma\,(C_a - m + L)/(1-\gamma)$

Vincolo di bilancio condizionato

- Comprando €K di assicurazione.
- $C_{na} = m - \gamma K$.
- $C_a = m - L - \gamma K + K = m - L + (1-\gamma)K$.
- ➔ $K = (C_a - m + L)/(1-\gamma)$
- $C_{na} = m - \gamma\,(C_a - m + L)/(1-\gamma)$
- Cioè $\mathbf{C_{na}} = \dfrac{\mathbf{m - \gamma L}}{\mathbf{1-\gamma}} - \dfrac{\gamma}{\mathbf{1-\gamma}}\mathbf{C_a}$

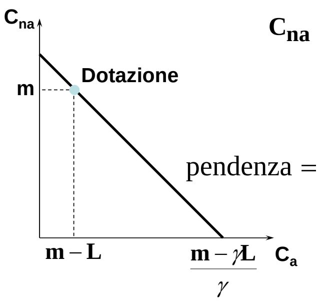
Vincolo di bilancio condizionato

$$\mathbf{C_{na}} = \frac{\mathbf{m - \gamma L}}{\mathbf{1-\gamma}} - \frac{\gamma}{\mathbf{1-\gamma}}\mathbf{C_a}$$



Vincolo di bilancio condizionato

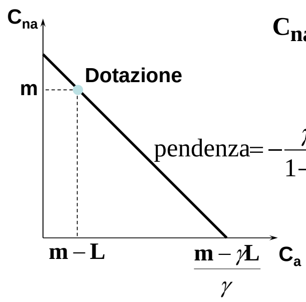
$$\mathbf{C_{na}} = \frac{\mathbf{m - \gamma L}}{\mathbf{1-\gamma}} - \frac{\gamma}{\mathbf{1-\gamma}}\mathbf{C_a}$$



$$\text{pendenza} = -\frac{\gamma}{1-\gamma}$$

Vincolo di bilancio condizionato

$$\mathbf{C_{na}} = \frac{\mathbf{m - \gamma L}}{\mathbf{1-\gamma}} - \frac{\gamma}{\mathbf{1-\gamma}}\mathbf{C_a}$$



$$\text{pendenza} = -\frac{\gamma}{1-\gamma}$$

Quale sarà la scelta del consumatore?

Preferenze con incertezza

- Le preferenze per i consumi in stati di natura diversi dipenderanno in generale dalla probabilità che questi si verifichino.

$$U = u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2)$$

- La funzione di utilità attesa è una somma ponderata dell'utilità del consumo nei due stati dove i pesi sono le probabilità.

Preferenze con incertezza

- Si pensi ad una lotteria.
- Vincita \$90 con probabilità 1/2 e vincita \$0 con probabilità 1/2.
- U(\$90) = 12, U(\$0) = 2.
- L'utilità attesa è

Preferenze con incertezza

- Si pensi ad una lotteria.
- Vincita €90 con probabilità 1/2 e vincita €0 con probabilità 1/2.
- U(\$90) = 12, U(\$0) = 2.
- L'utilità attesa è

$$\mathbf{EU} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \times \mathbf{U(\$90)} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \times \mathbf{U(\$0)}$$
$$= \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \times \mathbf{12} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \times \mathbf{2} = \mathbf{7}.$$

Preferenze con incertezza

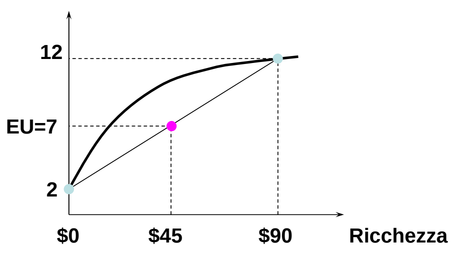
- Si pensi ad una lotteria.
- Vincita €90 con probabilità 1/2 e vincita €0 con probabilità 1/2.
- La vincita monetaria attesa dalla lotteria è

$$\mathbf{EM} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \times \mathbf{\$90} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \times \mathbf{\$0} = \$\mathbf{45}.$$

Preferenze con incertezza

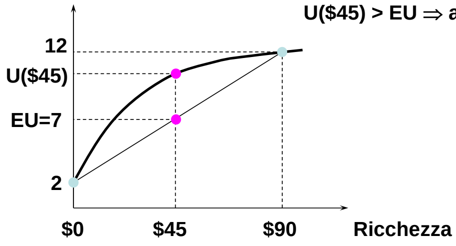
- EU = 7 ed EM = \$45.
- U(\$45) > 7 ⇒ \$45 subito (= con certezza) è preferito alla lotteria ⇒ avversione al rischio.
- U(\$45) < 7 ⇒ la lotteria è preferita a \$45 subito ⇒ propensione al rischio.
- U(\$45) = 7 ⇒ indifferenza fra la lotteria e \$45 subito ⇒ neutralità rispetto al rischio.

Preferenze con incertezza



Preferenze con incertezza

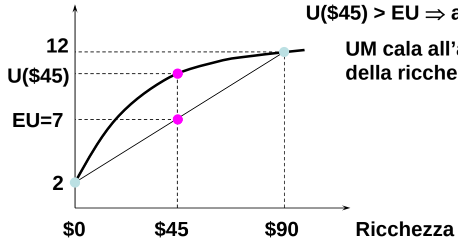
U($45) > EU ⇒ avversione



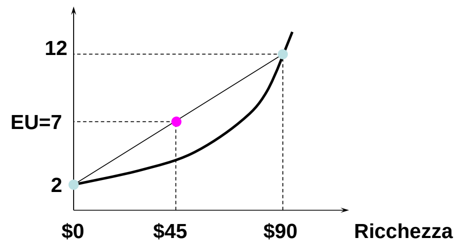
Preferenze con incertezza

U($45) > EU ⇒ avversione

UM cala all’aumentare della ricchezza.

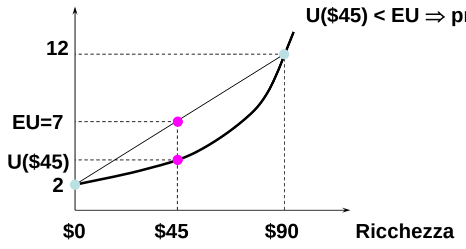


Preferenze con incertezza



Preferenze con incertezza

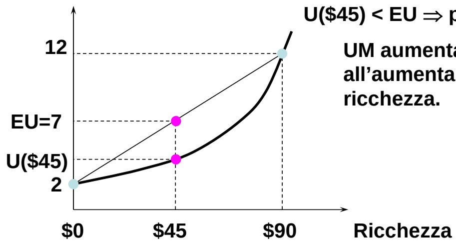
U($45) < EU ⇒ propensione



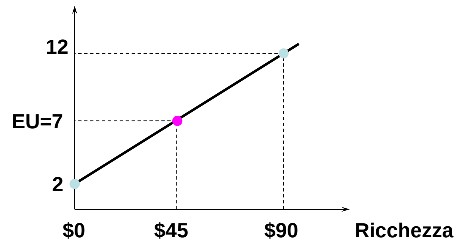
Preferenze con incertezza

U($45) < EU ⇒ propensione

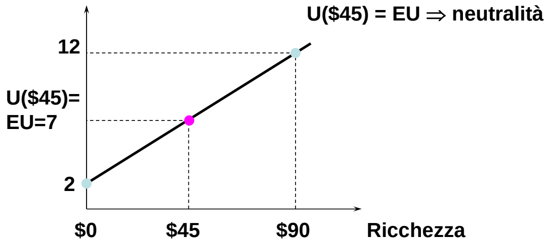
UM aumenta all’aumentare della ricchezza.



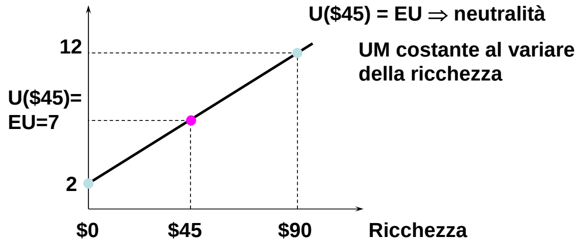
Preferenze con incertezza



Preferenze con incertezza



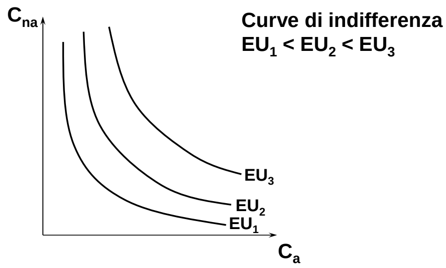
Preferenze con incertezza



Preferenze con incertezza

- Piani di consumo condizionati che danno la stessa utilità attesa lasciano il consumatore indifferente.

Preferenze con incertezza



Preferenze con incertezza

- Qual è il SMS di una curva di indifferenza?
- Sia c_1 il consumo con prob. π_1 e c_2 con prob. π_2 $(\pi_1 + \pi_2 = 1)$.
- $EU = \pi_1 U(c_1) + \pi_2 U(c_2)$.
- Nel caso di EU costante, dEU = 0.

Preferenze con incertezza

$$EU = \pi_1 U(c_1) + \pi_2 U(c_2)$$

Preferenze con incertezza

$$EU = \pi_1 U(c_1) + \pi_2 U(c_2)$$

$$dEU = \pi_1 MU(c_1)dc_1 + \pi_2 MU(c_2)dc_2$$

Preferenze con incertezza

$$EU = \pi_1 U(c_1) + \pi_2 U(c_2)$$

$$dEU = \pi_1 MU(c_1)dc_1 + \pi_2 MU(c_2)dc_2$$

$$dEU = 0 \Rightarrow \pi_1 MU(c_1)dc_1 + \pi_2 MU(c_2)dc_2 = 0$$

Preferenze con incertezza

$$EU = \pi_1 U(c_1) + \pi_2 U(c_2)$$

$$dEU = \pi_1 MU(c_1)dc_1 + \pi_2 MU(c_2)dc_2$$

$$dEU = 0 \Rightarrow \pi_1 MU(c_1)dc_1 + \pi_2 MU(c_2)dc_2 = 0$$

$$\Rightarrow \pi_1 MU(c_1)dc_1 = -\pi_2 MU(c_2)dc_2$$

Preferenze con incertezza

$$EU = \pi_1 U(c_1) + \pi_2 U(c_2)$$

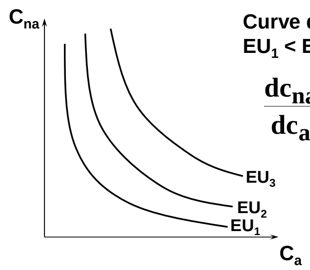
$$dEU = \pi_1 MU(c_1)dc_1 + \pi_2 MU(c_2)dc_2$$

$$dEU = 0 \Rightarrow \pi_1 MU(c_1)dc_1 + \pi_2 MU(c_2)dc_2 = 0$$

$$\Rightarrow \pi_1 MU(c_1)dc_1 = -\pi_2 MU(c_2)dc_2$$

$$\Rightarrow \frac{dc_2}{dc_1} = -\frac{\pi_1 MU(c_1)}{\pi_2 MU(c_2)}.$$

Preferenze con incertezza



Curve di indifferenza
$EU_1 < EU_2 < EU_3$

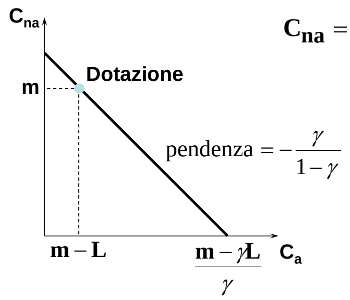
$$\frac{dc_{na}}{dc_a} = -\frac{\pi_a MU(c_a)}{\pi_{na} MU(c_{na})}$$

Scelta con incertezza

- D: Qual è la scelta razionale in caso di incertezza?
- R: Scegliere il miglior piano di consumo condizionato che ci si può permettere.

Vincoli di bilancio condizionati

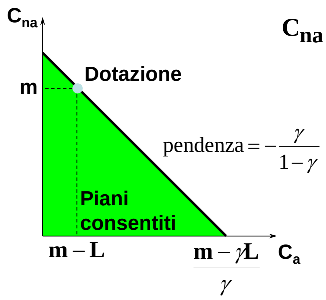
$$C_{na} = \frac{m - \gamma L}{1-\gamma} - \frac{\gamma}{1-\gamma} C_a$$



Quale sarà la scelta del consumatore?

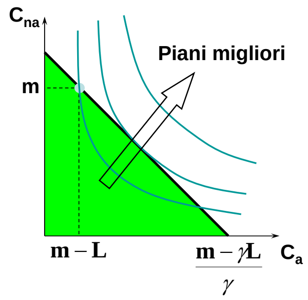
Vincoli di bilancio condizionati

$$C_{na} = \frac{m - \gamma L}{1-\gamma} - \frac{\gamma}{1-\gamma} C_a$$



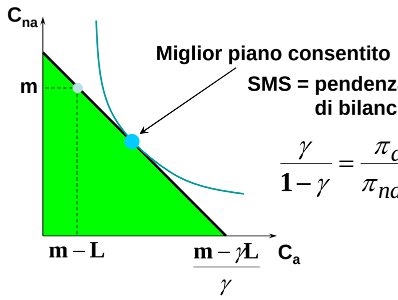
Quale sarà la scelta del consumatore?

Vincoli di bilancio condizionati



Quale sarà la scelta del consumatore?

Vincoli di bilancio condizionati



SMS = pendenza del vincolo di bilancio, cioè

$$\frac{\gamma}{1-\gamma} = \frac{\pi_a MU(c_a)}{\pi_{na} MU(c_{na})}$$

Assicurazione equa

- Assumiamo che l'entrata nel mercato delle assicurazioni sia senza costi.
- Profitti attesi = 0.
- ➔ $\gamma K - \pi_a K - (1 - \pi_a)0 = (\gamma - \pi_a)K = 0$.
- Cioè libero ingresso $\Rightarrow \gamma = \pi_a$.
- Se il prezzo di \$1 di assicurazione = probabilità di incidente, l'assicurazione è equa.

Assicurazione equa

- Se l'assicurazione è equa, le scelte razionali di assicurazione soddisfano

$$\frac{\gamma}{1-\gamma} = \frac{\pi_a}{1-\pi_a} = \frac{\pi_a MU(c_a)}{\pi_{na} MU(c_{na})}$$

Assicurazione equa

- Se l'assicurazione è equa, le scelte razionali di assicurazione soddisfano

$$\frac{\gamma}{1-\gamma} = \frac{\pi_a}{1-\pi_a} = \frac{\pi_a \mathbf{MU(c_a)}}{\pi_{na} \mathbf{MU(c_{na})}}$$

- Cioè $\mathbf{MU(c_a) = MU(c_{na})}$
- L'utilità marginale del consumo deve essere la stessa in entrambi gli stati.

Assicurazione equa

- Quanta assicurazione equa compra un consumatore avverso al rischio?

$$\mathbf{MU(c_a) = MU(c_{na})}$$

Assicurazione equa

- Quanta assicurazione equa compra un consumatore avverso al rischio?

$$\mathbf{MU(c_a) = MU(c_{na})}$$

- Avversione al rischio $\Rightarrow$ MU(c) $\downarrow$ as c $\uparrow$.

Assicurazione equa

- Quanta assicurazione equa compra un consumatore avverso al rischio?

$$\mathbf{MU(c_a) = MU(c_{na})}$$

- Avversione al rischio $\Rightarrow$ MU(c) $\downarrow$ as c $\uparrow$.
- Quindi $\mathbf{c_a = c_{na}}$.

Assicurazione equa

- Quanta assicurazione equa compra un consumatore avverso al rischio?

$$\mathbf{MU(c_a) = MU(c_{na})}$$

- Avversione al rischio $\Rightarrow$ MU(c) $\downarrow$ as c $\uparrow$.
- Quindi $\mathbf{c_a = c_{na}}$.
- Si ha assicurazione totale.

Assicurazione non equa

- Si assuma che gli assicuratori conseguano un profitto atteso.
- Cioè $\gamma K - \pi_a K - (1 - \pi_a)0 = (\gamma - \pi_a)K > 0$.

Assicurazione non equa

- Si assuma che gli assicuratori conseguano un profitto atteso.
- Cioè $\gamma K - \pi_a K - (1 - \pi_a)0 = (\gamma - \pi_a)K > 0$.
- Quindi $\Rightarrow \gamma > \pi_a \Rightarrow \dfrac{\gamma}{1-\gamma} > \dfrac{\pi_a}{1-\pi_a}$.

Assicurazione non equa

- La scelta razionale richiede
$$\frac{\gamma}{1-\gamma} = \frac{\pi_a \mathbf{MU(c_a)}}{\pi_{na}\mathbf{MU(c_{na})}}$$

Assicurazione non equa

- La scelta razionale richiede
$$\frac{\gamma}{1-\gamma} = \frac{\pi_a \mathbf{MU(c_a)}}{\pi_{na}\mathbf{MU(c_{na})}}$$
- Poichè $\dfrac{\gamma}{1-\gamma} > \dfrac{\pi_a}{1-\pi_a}$, $\mathbf{MU(c_a) > MU(c_{na})}$

Assicurazione non equa

- La scelta razionale richiede
$$\frac{\gamma}{1-\gamma} = \frac{\pi_a \mathbf{MU(c_a)}}{\pi_{na}\mathbf{MU(c_{na})}}$$
- Poichè $\dfrac{\gamma}{1-\gamma} > \dfrac{\pi_a}{1-\pi_a}$, $\mathbf{MU(c_a) > MU(c_{na})}$
- Quindi per una persona avversa al rischio: $\mathbf{c_a < c_{na}}$

Assicurazione non equa

- La scelta razionale richiede
$$\frac{\gamma}{1-\gamma} = \frac{\pi_a \mathbf{MU(c_a)}}{\pi_{na}\mathbf{MU(c_{na})}}$$
- Poichè $\dfrac{\gamma}{1-\gamma} > \dfrac{\pi_a}{1-\pi_a}$, $\mathbf{MU(c_a) > MU(c_{na})}$
- Quindi $\mathbf{c_a < c_{na}}$
- Cioè una persona avversa al rischio non si assicura pienamente se l’assicuazione non è equa.

Diversificare

- Due imprese, A and B. Le azioni costano \$10.
- Con prob. 1/2 i profitti di A sono \$100 e i profitti di B sono \$20.
- Con prob. 1/2 i profitti di A sono \$20 e i profitti di B sono \$100.
- Avete \$100 da investire. Cosa fate?

Diversificare

- Se si comprano solo le azioni di A?
- \$100/10 = 10 azioni
- Guadagno \$1000 con prob. 1/2 e \$200 con prob. 1/2.
- Guadagno atteso : \$500 + \$100 = \$600

Diversificare

- Se si comprano solo le azioni di B?
- \$100/10 = 10 azioni
- Guadagno \$1000 con prob. 1/2 e \$200 con prob. 1/2.
- Guadagno atteso : \$500 + \$100 = \$600

Diversificare

- Se si comprano 5 azioni in ogni impresa?
- Il guadagno è di \$600 con certezza.
- La diversificazione ha mantenuto i guadagni attesi e ha abbassato il rischio.
- Di solito, diversificare abbassa il guadagno atteso in cambio di un minor rischio.

Ripartizione del rischio

- 100 persone, ognuna indipendentemente rischia una perdita di \$10000.
- Probabilità di perdita = 0.01.
- Ricchezza iniziale \$40000.
- No assicurazione: ricchezza attesa (ma con un certo rischio)

$$0{,}99 \times \$40000 + 0{,}01(\$40000 - \$10000)$$
$$= \$39900.$$

Ripartizione del rischio

- Mutua assicurazione: Ognuna delle 100 persone paga \$100 a chi subisce un danno.
- Mediamente una persona all'anno subisce la perdita.
- Il rischio viene distribuito fra tutti.
- Cooperativa di assicurazioni: pago \$100 ogni anno indipendentemente da quante persone hanno subito il danno.