

Statistica Inferenziale

Esercitazione 3. Verifica di ipotesi

Esercizio A. Trenitalia rimborsa i supplementi Eurostar nel caso in cui il treno giunga a destinazione con un ritardo maggiore di 30 minuti sull'orario stabilito e si vogliono acquisire informazioni sulla probabilità che un Eurostar abbia un ritardo all'arrivo superiore a 30 minuti nella tratta Verona-Milano. Allo scopo si osservano i ritardi riportati da $n = 10$ treni su quella tratta, e si trovano i seguenti valori in minuti:

8 12 16 5 32 3 28 24 12 2

Indicando con $X_i, i = 1, \dots, 10$, le v. a. che descrivono il ritardo dell' i -esimo treno, si assuma che queste siano distribuite normalmente con media μ e varianza σ^2 .

a) Si sottoponga a test l'ipotesi che in media il ritardo sia inferiore a 8 minuti, contro l'alternativa che sia uguale o maggiore a 8 minuti, cioè si consideri il sistema di ipotesi $H_0 : \mu < 8$, contro $H_1 : \mu \geq 8$ (si assuma $\alpha = 0,01$). (Suggerimento: Si noti che l'ipotesi nulla non è un'ipotesi semplice ma è un'ipotesi composta. Per questo sistema di ipotesi si può comunque individuare la regione di rifiuto procedendo come se l'ipotesi nulla fosse data da $H_0 : \mu = 8$.)

b) Si determini la probabilità di compiere un errore del primo tipo (assumendo di valutare tale probabilità per $\mu = 8$) nel caso in cui si decida di accettare l'ipotesi nulla del test presentato al punto precedente per valori della media aritmetica campionaria \bar{X} inferiori a 15,59.

c) Si sottoponga a test l'ipotesi che la varianza σ^2 delle X_i sia pari a 10, contro l'alternativa che sia superiore (si ponga $\alpha = 0,05$).

Esercizio B. Sia X una v.a. distribuita come una normale di media μ e varianza nota σ^2 . Il test condotto per la verifica d'ipotesi $H_0 : \mu = 145$ contro $H_1 : \mu = 150$, al livello 0.05 e sulla base di un campione di $n = 30$ osservazioni, ha permesso di definire la regione di rifiuto come l'insieme delle osservazioni da X tali che $\bar{x} > 147$.

a) Si calcoli il valore delle varianza σ^2 .

b) Si calcoli la potenza del test.

Esercizio C. In uno studio sui laureati della Facoltà di Economia di Verona si vuole verificare se vi è una differenza fra il tempo medio per il conseguimento della laurea degli studenti provenienti dal Liceo Classico rispetto al tempo medio per il conseguimento della laurea degli studenti provenienti dagli altri istituti. Sia X la v. a. che descrive il tempo di conseguimento della laurea degli studenti provenienti dal Liceo Classico e sia μ_X il suo valore atteso, sia inoltre Y l'analogo v. a. per gli studenti provenienti dagli altri istituti e sia μ_Y il suo valore atteso. Si hanno a disposizione due campioni: un campione casuale di 456 studenti provenienti dal Liceo Classico che hanno impiegato in media 7,3 anni, e per i quali $S_X^2 = 1,2$, e un campione di 623 studenti provenienti dagli altri istituti che hanno impiegato in media 7,5 anni, e per i quali $S_Y^2 = 1,3$.

a) Ipotizzando le varianze delle due popolazioni uguali, cioè assumendo $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$, si verifichi l'ipotesi $H_0 : \mu_X = \mu_Y$, contro l'alternativa $H_1 : \mu_X \neq \mu_Y$, ponendo $\alpha = 0,01$.

b) Supponendo le varianze delle due popolazioni note e pari a 1,25, si valuti la potenza del test $H_0 : \mu_X = \mu_Y$, contro l'alternativa $H_1 : \mu_X - \mu_Y = 0,5$, con $\alpha = 0,01$.

Si vuole inoltre verificare se la probabilità di trovare una occupazione stabile nei primi due anni dalla laurea sia aumentata negli ultimi anni. Si ha a disposizione un campione casuale di 80 laureati nel 1995, di cui il 62,4% ha trovato lavoro entro i due anni dalla laurea, ed un campione casuale di 90 laureati nel 1996, di cui il 64,5% ha trovato lavoro entro due anni dalla laurea.

c) Sia p_{95} la probabilità che un laureato del 1995 aveva di trovare lavoro entro due anni dalla laurea e p_{96} la probabilità che un laureato del 1996 aveva di trovare lavoro entro due anni dalla laurea. Si sottoponga a test l'ipotesi $H_0 : p_{95} = p_{96}$, contro l'alternativa $H_1 : p_{95} < p_{96}$, ponendo $\alpha = 0,05$.

Esercizio D. Si considerino le seguenti misurazioni del peso in grammi dei prodotti di un macchinario A e di quelli di un macchinario B:

macchinario A: (115, 128, 120, 123, 129, 122, 122, 121)

macchinario B: (117, 128, 127, 118, 125, 127).

Si assuma che il peso sia distribuito come una v.a. normale. Si valuti l'ipotesi di uguaglianza delle varianze del peso dei prodotti di due macchinari contro l'ipotesi che la varianza dei pezzi del macchinario A sia maggiore della varianza dei pezzi del macchinario B, al livello 0,05.