ISTITUZIONI DI STATISTICA – A. A. 2007/2008

Marco Minozzo e Annamaria Guolo

Laurea in Economia del Commercio Internazionale
Laurea in Economia e Amministrazione delle Imprese
Università degli Studi di Verona (sede di Vicenza)

Statistica Inferenziale
Esercitazione 2. Intervalli di confidenza

Esercizio A. Si vuole valutare l'importo medio mensile dei prelievi effettuati attraverso carta di credito da parte delle persone di età inferiore ai 30 anni. Si assuma di non conoscere la distribuzione di tale importo nella popolazione considerata. Indicando con X la v. a. che descrive l'importo prelevato in un mese da parte di un soggetto scelto a caso in quella fascia di età, si indichi con μ_X il suo valore atteso. Si assuma quindi di considerare un campione casuale $X_1, \ldots, X_{50}$ di 50 soggetti titolari di carta di credito in quella fascia di età e di osservare un valore medio pari a $\bar{x} = 53,00$ euro e una varianza campionaria corretta pari a $S^2 = 20,00^2$.

a) Si determini un intervallo di confidenza al 95% per l'importo medio dei prelievi μ_X (suggerimento: si approssimi la distribuzione della media campionaria con una normale).
b) Quale dovrebbe essere la numerosità campionaria al fine di garantire che l'intervallo di confidenza per μ_X al 99% abbia la stessa ampiezza di quello al 95%?

Esercizio B. Nel determinare la riserva patrimoniale da costituire a fronte di un investimento di 80 milioni di euro, una banca deve stimare il "Value at Risk". Sia R_i la v. a. che descrive l'incremento di valore subito dal nostro investimento nel giorno i, e si assuma che R_i sia distribuita normalmente con media μ_R e varianza σ_R^2. Si noti che R_i è negativo in caso di perdita di valore. Il "Value at Risk" è la perdita di valore T che viene superata da R_i con probabilità molto alta, in genere pari a 0,99. Formalmente, esso è quel valore T tale che $P(R_i \leq T) = 0,01$. Per il calcolo di tale valore la banca deve acquisire informazioni sulla media e sulla varianza delle v. a. R_i. Si osserva a questo scopo un campione casuale $R_1, \ldots, R_{30}$ di $n = 30$ giorni (in questo caso possiamo fare l'ipotesi semplificatrice che le R_i siano indipendenti da un giorno all'altro) in cui l'incremento di valore giornaliero medio è stato pari a 0,3 milioni e la varianza campionaria corretta ha assunto un valore $S^2 = (5,2)^2$.

a) Si sottoponga a test l'ipotesi $H_0 : \mu_R = 0,5$, contro l'alternativa $H_1 : \mu_R < 0,5$ (si scelga una probabilità di errore di primo tipo pari ad $\alpha = 0,05$).

b) Si determini un intervallo di confidenza al 95% per la varianza σ_R^2.

c) Si determini il "Value at Risk" T sotto l'ipotesi che $\mu_R = 0,5$ e prendendo come valore della varianza l'estremo superiore dell'intervallo di confidenza calcolato al punto b).

Esercizio C. Si vogliono acquisire informazioni sulla probabilità che i laureati della Facoltà di Economia di Verona trovino una occupazione stabile entro due anni dalla laurea.

a) Determinare un intervallo di confidenza al 95% per tale probabilità sulla base di un campione costituito da $n = 351$ laureati in cui il 64,8% ha trovato una occupazione stabile entro due anni dalla laurea.
b) Quale dovrebbe essere la numerosità campionaria tale da garantire che l'errore di stima della quantità di cui al punto a) sia inferiore a 0,02, con una probabilità pari a 90%?