Marco Minozzo e Annamaria Guolo
Laurea in Economia del Commercio Internazionale
Laurea in Economia e Amministrazione delle Imprese
Università degli Studi di Verona (sede di Vicenza)

Statistica Inferenziale
Esercizi non risolti

Esercizio A.
Si considerino 3 osservazioni dalle v.a. X_1, X_2, X_3, indipendenti, con media e varianza uguali e pari a λ. Si considerino i due stimatori di λ seguenti:

$$T_1 = \frac{2x_1 + x_2/2 + x_3}{5} \text{ e } T_2 = \frac{x_1 + 2x_2 + 3x_3}{4}.$$

Si calcolino la distorsione e la varianza degli stimatori e si valuti quale dei due sia preferibile.

Esercizio B.
a) Sia dato un campione di 10 osservazioni, $(1, 5, 3, 5, 4, 8, 2, 2, 4, 1)$, da una v.a. di Poisson di parametro λ. Si consideri lo stimatore di λ dato dalla media campionaria. Se ne valutino la distorsione e la varianza.
b) Si supponga che il numero delle osservazioni salga a 100. Sull base del teorema limite centrale, si dia un'approssimazione della distribuzione dello stimatore di λ rappresentato dalla media campionaria.

Esercizio C.
Sia X la lunghezza di alcuni tubi metallici prodotti da un'azienda. Sia X distribuita come una v.a. normale di media μ e varianza σ^2 ignote. Si estrae un campione di numerosità 15 di tubi prodotti dall'azienda. L'intervallo di confidenza al 95% per la media μ calcolato sulla base delle 15 osservazioni del campioni è pari a $(98.3; 102.5)$. Si determinino i valori della media campionaria, della varianza campionaria corretta e di quella non corretta.

Esercizio D.
Sia Y una v.a. Normale di media μ e varianza σ^2 nota e pari a 9. Sia $\overline{y} = 50$ la media campionaria ottenuta sulla base di 10 osservazioni di Y.
a) Si calcoli un intervallo di confidenza per μ al livello 90%.
b) Per assicurare che l'intervallo di confidenza per μ al 95% abbia la stessa ampiezza di quello al 90%, come dovrebbe essere modificata la numerosità campionaria?

Esercizio E.
Sia dato un campione di numerosità 150 di utenti del servizio di trasporto pubblico in una certa città. Il 27% di questi si ritiene soddisfatto del servizio offerto.
a) Si determini un intervallo di confidenza al 95% per la proporzione di utenti della popolazione che si ritiene soddisfatta del servizio.

b) Si determini la numerosità campionaria necessaria nel caso in cui si voglia assicurare che l'errore di stima della proporzione di cui al punto a) sia non superiore a 0,01, con una probabilità pari a 0,90. (Vale a dire, se p è la proporzione incognita e $\hat{p}$ una sua stima, si richiede di determinare la numerosità campionaria tale per cui $P(|\hat{p} - p| \leq 0,01) = 0,90$)

Esercizio F.
Si consideri un campione di $n = 25$ osservazioni da X, v.a. normale di media μ e varianza σ^2 nota. Per il sistema di verifica d'ipotesi $H_0 : \mu = 90$ contro $H_1 : \mu = 93$, al livello $\alpha = 0,01$, la regione di rifiuto risulta formata dai valori di X tali per cui $\overline{x} > 92$.
a) Si determini il valore della varianza σ^2.
b) Si determinino la potenza del test e l'errore di secondo tipo.

Esercizio G.
Sia X la v.a. che descrive la lunghezza dei prodotti ottenuti tramite l'utilizzo di un macchinario. Si assume X distribuita come una normale di media μ e varianza ignote σ^2. Un campione di osservazioni da X ha fornito i valori $x = (31; 29,5; 30,4; 31,8; 28,6; 29,5; 30; 30,1; 29,8)$.
a) Calcolare un intervallo di confidenza per la media di X al 95%.
b) L'azienda produttrice dichiara che la media dei pezzi prodotti è pari a 30. Sulla base dei dati campionari, si può dubitare di questa affermazione (al livello 0,05) (cioè si valuti il test $H_0 : \mu = 30$ contro $H_1 : \mu \neq 30$)?

Esercizio H.
Un'azienda che vende componenti utilizzati nelle installazioni termoidrauliche delle abitazioni sostiene che usualmente si faccia uso dei suoi prodotti nel 20% delle installazioni effettuate in una città. Possiamo dubitare di questa affermazione se in un campione di numerosità 1000 osserviamo in 185 casi l'utilizzo delle componenti vendute dall'azienda?

Esercizio I.
Sia X la lunghezza di pezzi prodotti da un macchinario A e Y la lunghezza di pezzi dello stesso tipo prodotti da un macchinario B. Le v.a. X e Y sono distribuite normalmente con medie rispettivamente μ_X e μ_Y e varianze rispettivamente σ_X^2 e σ_Y^2. Un campione di osservazioni da X ha fornito le osservazioni $x = (15; 16; 14,5; 14,8; 16,1; 15,7; 14,2; 14,7)$, mentre un campione da Y ha fornito le osservazioni $y = (13,4; 14; 14,1; 15,3; 14,3; 13,8; 15,2; 15,3; 14,8; 13,8)$.
a) Sotto l'ipotesi $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$, valutare l'ipotesi di uguaglianza delle medie $\mu_X = \mu_Y$ contro l'ipotesi alternativa $\mu_X \neq \mu_Y$, al livello $0,05$.
b) Valutare l'ipotesi di uguaglianza delle varianze, $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$ contro l'ipotesi alternativa $\sigma_X^2 > \sigma_Y^2$, al livello $0,05$.