Marco Minozzo

Laurea in Economia del Commercio Internazionale
Laurea in Economia e Amministrazione delle Imprese
Università degli Studi di Verona (sede di Vicenza)

Statistica Descrittiva
Soluzioni 6. Variabilità e momenti

Esercizio A.

a) La seguente tabella contiene le informazioni necessarie al calcolo dello scostamento semplice medio dalla mediana ${}_{me}S_1$ e dello scarto quadratico medio dalla media artimetica σ:

			Senza titolo		Scuola media inf.	
Classe di età	x_i	d_i	p_i	P_i	p_i	P_i
$[15-20)$	17,5	5	0,01	0,01	0,04	0,04
$[20-25)$	22,5	5	0,02	0,03	0,09	0,13
$[25-30)$	27,5	5	0,03	0,06	0,06	0,15
$[30-40)$	35	10	0,10	0,16	0,33	0,62
$[40-50)$	45	10	0,29	0,44	0,24	0,86
$[50-60)$	55	10	0,38	0,83	0,11	0,97
$[60-65)$	62,5	5	0,12	0,95	0,02	0,99
$[65-70)$	67,5	5	0,05	1	0,01	1

Utilizzando le informazioni contenute nella tabella, risulta che:

Titolo di Studio	m	σ	m_e	${}_{me}S_1$
Senza titolo	49,88	10,69	51,435	8,623
Scuola media inf.	37,43	10,99	36,440	8,790

b) Entrambe le misure indicano che la seconda distribuzione presenta una maggiore variabilità.

Esercizio B.

a) Per trovare la differenza semplice media del numero di abitanti calcoliamo le differenze:

$\lvert x_i - x_j \rvert$	$x_1 = 831714$	$x_2 = 3527303$	$x_3 = 5108067$	$x_4 = 1661429$
$x_1 = 831714$	0	2695589	4276353	829715
$x_2 = 3527303$	2695589	0	1580764	1865874
$x_3 = 5108067$	4276353	1580764	0	3446638
$x_4 = 1661429$	829715	1865874	3446638	0

da cui si ricava, ponendo $N = 4$, che

$$\triangle = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} |x_i - x_j| = 2449155,50.$$

b) I calcoli per trovare la differenza quadratica del numero di morti sono i seguenti:

$(x_i - x_j)^2$	$x_1 = 9133$	$x_2 = 41286$	$x_3 = 47086$	$x_4 = 13707$
$x_1 = 9133$	0	1033815409	1440430209	20921476
$x_2 = 41286$	1033815409	0	33640000	760601241
$x_3 = 47086$	1440430209	33640000	0	1114157641
$x_4 = 13707$	20921476	760601241	1114157641	0

da cui si ricava che

$$_2\triangle = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}(x_i - x_j)^2} = 27091,10.$$

Esercizio C.

a) Assegnando il valore di 99 anni compiuti all'estremo superiore dell'ultima classe si ha

x_i	f_i	p_i	P_i	$x_i p_i$	$(x_i - m)^2 p_i$	$(x_i - m)^3 p_i$	$(x_i - m)^4 p_i$
0,5	11.941	0,0082	0,0082	0,0041	16,032	-708,911	31.346,185
3,0	47.077	0,0325	0,0407	0,0975	56,561	-2.359,573	98.435,151
7,5	62.862	0,0433	0,0840	0,3248	59,976	-2.232,154	83.074,872
12,5	65.171	0,0449	0,1289	0,5613	46,604	-1.501,467	48.373,287
20,0	169.866	0,1171	0,2460	2,3420	71,542	-1.768,327	43.708,361
35,0	421.981	0,2908	0,5368	10,1780	27,459	-266,832	2.592,900
55,0	369.483	0,2547	0,7915	14,0085	26,930	276,913	2.847,404
82,5	302.498	0,2085	1,0000	17,2013	297,640	11.245,617	424.889,227
	1.450.879	1,0000		44,7174	602,745	2.685,265	735.267,390

da cui si ricava che $\gamma_1 =_m \mu_3/(\sigma)^3 = 2.685,265/(\sqrt{602,745})^3 = 0,1815$. Inoltre $Q_1 = 25,2751$, $m_e = 42,4691$ e $Q_3 = 61,7413$ da cui

$$\frac{(Q_3 - m_e) - (m_e - Q_1)}{(Q_3 - m_e) + (m_e - Q_1)} = 0,0387;$$

gli indici segnalano un livello di asimmetria molto basso.

b) L'indice di curtosi è pari a $\gamma_2 =_m \mu_4/(\sigma)^4 - 3 = 735.267,390/(\sqrt{602,745})^4 - 3 = -0,9762$.

Esercizio D.

a) Si consideri la regione Veneto. Fissando l'altezza minima e massima rispettivamente pari a 150 cm e 199 cm, si ha

Statura	[149,5–159,5)	[159,5–164,5)	[164,5–169,5)	[169,5–179,5)	[179,5–184,5)	[184,5–189,5)	[189,5–199,5)
p_i	0,008	0,036	0,127	0,550	0,187	0,071	0,021
x_i	154,5	162	167	174,5	182	187	194,5
$x_i^2 p_i$	190,962	944,784	3541,903	16747,64	6194,188	2482,799	794,4353

Quindi, essendo $m = 175,65$, lo scarto quadratico medio dalla media aritmetica si può ottenere da

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i - m^2 = 30.896,71 - (175,65)^2 = 43,7875,$$

e si ha $\sigma = 6,6172$. Per la regione Sicilia, avendo $m = 171,81$, si ottiene $\sigma = 6,6003$.

b) Per la regione Veneto, non conoscendo le stature di ogni singolo individuo, con una leggera forzatura il campo di variazione si può calcolare come $c_n - c_0 = 199,5 - 149,5 = 50$, mentre l'intervallo interquartile è pari a $Q_3 - Q_1 = 180,2754 - 170,9364 = 9,339$.

Esercizio E.

a) Una ponderazione naturale è data dalla popolazione residente (in milioni) dei singoli Paesi. Indicando con w_i la popolazione dei singoli Paesi, con w la loro somma e con $m = (1/w)\sum_{i=1}^{4} x_i w_i$ la media ponderata del quoziente di natalità, la varianza del quoziente di natalità dei quattro Paesi è data da

$$\sigma^2 = \frac{1}{w}\sum_{i=1}^{4} x_i^2 w_i - m^2 = 155,1836 - (12,4376)^2 = 0,4897,$$

e quindi $\sigma = 0,6998$.

Esercizio F.
a) L'indice di asimmetria basato sui quartili fornisce il valore 0,494. Per il calcolo dell'indice γ_1, essendo disponibile la distribuzione di quantità, si possono utilizzare le medie parziali al posto dei valori centrali di classe ottenendo $\gamma_1 =_m \mu_3/(\sigma)^3 = 494,6/(58,897)^3 = 2,42$.