

I NUMERI INDICI DI BORSA

I numeri indici di borsa

Sono degli indicatori sintetici dell'andamento di un mercato azionario. Si calcolano a partire dai corsi dei titoli presenti in un dato **mercato** o in un suo **segmento**.

Danno una valutazione immediata della direzione in cui si sta muovendo il mercato e con quale intensità.

La variazione % dell'indice esprime il rendimento di un portafoglio di titoli che riproduca fedelmente la sua composizione.

Solo l'avvento dell'informatica e poi della telematica li ha fatti divenire di uso corrente.

E' difficile che un singolo dato possa cogliere tutti gli aspetti rilevanti di una realtà complessa e rappresentarla in modo esaustivo.

I numeri indici di borsa

L'indice di Borsa è costruito in base alle informazioni disponibili all'atto del suo calcolo.

Ha lo stesso valore del prezzo ufficiale del singolo titolo, riferito però al mercato azionario nel suo complesso.

Gli indici di Borsa sono calcolati con una base (stabilita nel momento in cui l'indice nasce) di solito indicata in centesimi (COMIT), millesimi (MIB corrente), decimillesimi (S&P/MIB).

*Se un investitore compra il prodotto "indice sintetico di borsa" realizza un guadagno o una perdita pari alla variazione dello stesso indice.
→ ETF*



I numeri indici di borsa

- Indici che si differenziano non solo per **l'insieme di titoli considerati**, ma anche:
 - per il **prezzo** al quale fanno riferimento
 - per la **frequenza** con cui sono diffusi (giorno, ora, minuto).

I numeri indici di borsa

- Principali prezzi utilizzabili per ciascun titolo azionario:
 - *prezzo ufficiale*: prezzo medio dell'intera quantità di titoli trattata nella giornata borsistica;
 - *prezzo di riferimento*: prezzo medio dell'ultimo 10% di titoli trattati nella giornata borsistica;
 - *prezzo 'last'*: prezzo dell'ultimo contratto concluso alla scadenza di un intervallo di tempo prestabilito ('fixing'), che attualmente è pari a 30 secondi.

I NUMERI INDICI DI BORSA

- Quanti fenomeni (economici) confrontare?
 - $N = 1$ \Rightarrow Numeri indici semplici (elementari)
 - $N \geq 2$ \Rightarrow Numeri indici sintetici (composti)
- Molteplici campi di applicazione:
 - numeri indici dei *prezzi*, delle quantità, dei valori
 - Esempio

Numeri indici di borsa

Metodo di calcolo

Si scelgono i titoli che compongono l'indice (anche tutti).
 Occorre suddividere i titoli rispetto all'industria di appartenenza e scegliere i titoli rappresentativi per ogni settore. L'obiettivo è selezionare le società che descrivano opportunamente ogni settore.

	azione_1	azione_2	...	azione_N
Base	p_{01}	p_{02}	...	p_{0N}
1	p_{11}	p_{12}	...	p_{1N}
2	p_{21}	p_{22}	...	p_{2N}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
T	p_{T1}	p_{T2}	...	p_{TN}

In base alla tabella si costruiscono i numeri indici elementari per i "T" periodi e per gli "N" titoli.

I NUMERI INDICI DI BORSA

I numeri indici di Borsa sono numeri indici sintetici.

Due formule fondamentali per calcolare numeri indici sintetici:

1) **Indice di Laspeyres (indice a base fissa e ponderazione fissa):**

$${}_0I_t^L = \frac{\sum_{h=1}^N \frac{p_{ht}}{p_{h0}} \cdot p_{h0} q_{h0}}{\sum_{h=1}^N p_{h0} q_{h0}} = \frac{\sum_{h=1}^N p_{ht} q_{h0}}{\sum_{h=1}^N p_{h0} q_{h0}}$$

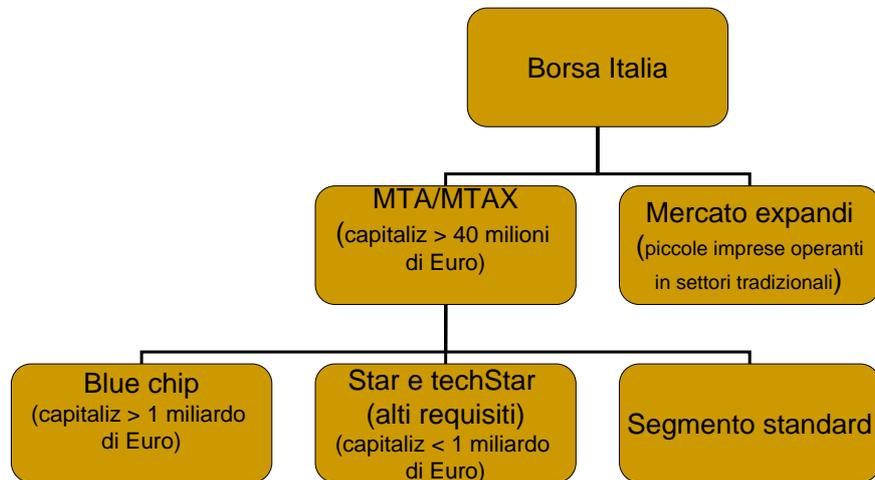
Indice di Paasche (indice a base fissa e ponderazione variabile):

$${}_0I_t^P = \frac{\sum_{h=1}^N \frac{p_{ht}}{p_{h0}} \cdot p_{h0} q_{ht}}{\sum_{h=1}^N p_{h0} q_{ht}} = \frac{\sum_{h=1}^N p_{ht} q_{ht}}{\sum_{h=1}^N p_{h0} q_{ht}}$$

N.B.: Gli indici di borsa tradizionali sono N. I. di Laspeyres con peso pari alla capitalizzazione di borsa dei vari titoli al tempo base.

Esempio

Struttura del mercato di borsa in Italia (dal 19 settembre 2005)



[File excel](#)

I numeri indici calcolati da BorsaItalia

- **Indici in Continua**
- MIBTEL, S&P/MIB, MIDEX, All STARS, STAR, techSTAR, MIB30
- **Indici After Hours**
- MIBTEL-s, MIB30-s
- **Indici di Riferimento**
- MIB R, MIB30R
- **Indici Storici**
- MIB, MIBSTAR

I NUMERI INDICI DI BORSA

METODI DI CALCOLO DEGLI INDICI DELLA BORSA IT. (1)

Gli indici tradizionali (MIB, MIBTEL, MIB30) sono costruiti secondo una formula tipo Laspeyres, come segue:

$${}^B I_t^L = \sum_{h=1}^N \frac{{}_h P_t}{{}_h P_\tau} \cdot {}_h W_\tau \cdot R_\tau$$

$$\frac{{}_h P_t}{{}_h P_\tau}$$

è l'indice elementare relativo all'azione h -esima, dato dal rapporto tra il prezzo corrente e il prezzo base calcolato alla data τ dell'ultima revisione;

$${}_h W_\tau = \frac{{}_h P_\tau \cdot {}_h Q_\tau}{\sum_{h=1}^N {}_h P_\tau \cdot {}_h Q_\tau}$$

è il peso attribuito all'azione h -esima alla data τ dell'ultima revisione

$${}_h P_\tau$$

prezzo base (\equiv prezzo di apertura del giorno della revisione dell'indice, eventualmente moltiplicato per il coefficiente di rettifica calcolato da Borsa Italiana al verificarsi di operazioni sul capitale della società h -esima [vedi dopo])

I NUMERI INDICI DI BORSA

METODI DI CALCOLO DEGLI INDICI DELLA BORSA IT. (2)

$${}_h Q_\tau$$

il numero base di azioni presente sul Listino Ufficiale (tre giorni di Borsa aperta antecedenti la revisione);

$$R_\tau$$

è il fattore di raccordo per mantenere la continuità dell'indice in occasione degli aggiornamenti del paniere: è dato dall'ultimo valore del paniere con vecchia composizione, calcolato sui prezzi di apertura del giorno della revisione τ

I NUMERI INDICI DI BORSA

METODI DI CALCOLO DEGLI INDICI DELLA BORSA IT. (3)

- Alcuni commenti:
- La ponderazione avviene con riferimento ai *rapporti di capitalizzazione* (= capitalizzazione dell'azione *h*-esima/capitalizzazione dell'intero paniere), non al volume degli scambi.
- Le revisioni ordinarie nella composizione dei panieri (cioè, dei prezzi base e dei numeri base di azioni) avvengono due volte l'anno, nei mesi di marzo e di settembre.
- Grazie all'uso della serie dei fattori di raccordo, gli indici di borsa hanno una struttura del tipo Laspeyres, con pesi quelli del giorno base indicato:

$${}^B I_t^L \cong \frac{\sum_{h=1}^N {}_h P_t \cdot {}_h P_0 {}_h Q_0}{\sum_{h=1}^K {}_h P_0 {}_h Q_0}$$

[NB: al solito, la relazione vale approssimativamente perché l'indice di Laspeyres non soddisfa la condizione di transitività.]

$${}_r I_s \cdot {}_s I_t = {}_r I_t, \quad r, s, t = 0, 1, \dots, n$$

I NUMERI INDICI DI BORSA

- ALCUNI INDICI DELLA BORSA ITALIANA
- MIB (base 02.01.1975 = 1.000): *tutte le azioni* quotate in Borsa Italiana (MIB storico). Formula di Laspeyres.
- Una sola volta al giorno al termine della seduta di Borsa, utilizza i *prezzi ufficiali* di tutti i componenti.
- È un indice di tipo “aperto”: permette l’inserimento di nuovi titoli quotati e l’esclusione di titoli cancellati in qualunque giorno dell’anno (tramite il ricalcolo immediato dei pesi e il raccordo del valore risultante con l’ultimo valore dell’indice antecedente tale operazione).
- Al 14/02/2007, comprendeva 293 azioni (ved. [File excel](#)).

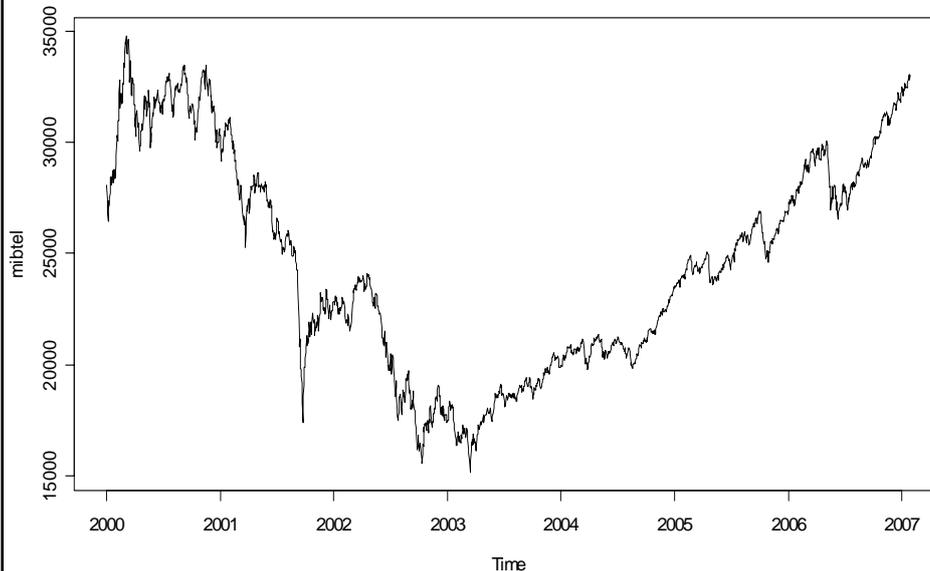
I NUMERI INDICI DI BORSA

- **Varianti del MIB:**
- MIB settoriali (base 30.12.1994 = 1.000): 24 indici calcolati su panieri che riflettono la suddivisione settoriale del Listino ufficiale (3 macrosettori: industriali, servizi, finanziari; sottosettori: auto, cartari, chimici, distribuzione, banche, ...). Elenco.
- MIB-R (base 02.01.1975 = 1.000): è l'analogo del MIB, ma calcolato utilizzando i *prezzi di riferimento*.
- MIBrnc (base 02.01.1989 = 1000): indice delle azioni di risparmio non convertibili quotate presso la Borsa Italiana. Al termine di ogni seduta di borsa sui prezzi ufficiali.

I NUMERI INDICI DI BORSA

- MIBTEL (base 03.01.1994 = 10.000): sostituisce il MIB continuo; indice relativo a *tutte le azioni* quotate in Borsa Italiana, calcolato giornalmente durante la fase della negoziazione continua con frequenza di 60 secondi. Secondo Laspeyres.
- Diffuso ogni minuto, utilizza i *prezzi 'last'* di tutti i componenti.
- Ad esso si applicano, in quanto compatibili, le stesse regole di gestione e aggiornamento del MIB.
- Non è prevista alcuna versione settoriale.
- Varianti: MIBTEL-s, costituito da tutte le azioni dell'After hours.

MIBTEL gen 2000-feb 2007



I NUMERI INDICI DI BORSA

- INDICE DI LIQUIDITA' E CAPITALIZZAZIONE (ILC)

$$ILC_{it} = M(Cap_{it}) + \alpha \times M(Vol_{it})$$

$$M(Cap_{it}) = q_{it} \bar{P}_i \quad \leftarrow$$

capitalizzazione media giornaliera del titolo nei sei mesi precedenti al calcolo di ILC = numero di azioni del titolo in esame in circolazione alla data del calcolo x prezzo medio; se si sono effettuate operazioni sul capitale, i prezzi vengono opportunamente modificati;

$$M(Vol_{it}) \quad \leftarrow$$

volume (controvalore) medio giornaliero di scambi del titolo nei sei mesi precedenti al calcolo di ILC; se vi sono titoli caratterizzati da operazioni di aumento di capitale, si considera il numero di azioni successive all'aumento.

INDICE DI LIQUIDITA' E CAPITALIZZAZIONE (ILC) (segue)

$$ILC_{it} = M(Cap_{it}) + \alpha \times M(Vol_{it})$$

$$\alpha = \frac{M(Cap_t)}{M(Vol_t)}$$

rapporto tra la capitalizzazione media dell'intero listino di mercato nei sei mesi precedenti al calcolo di ILC e la media degli scambi giornalieri nello stesso periodo;

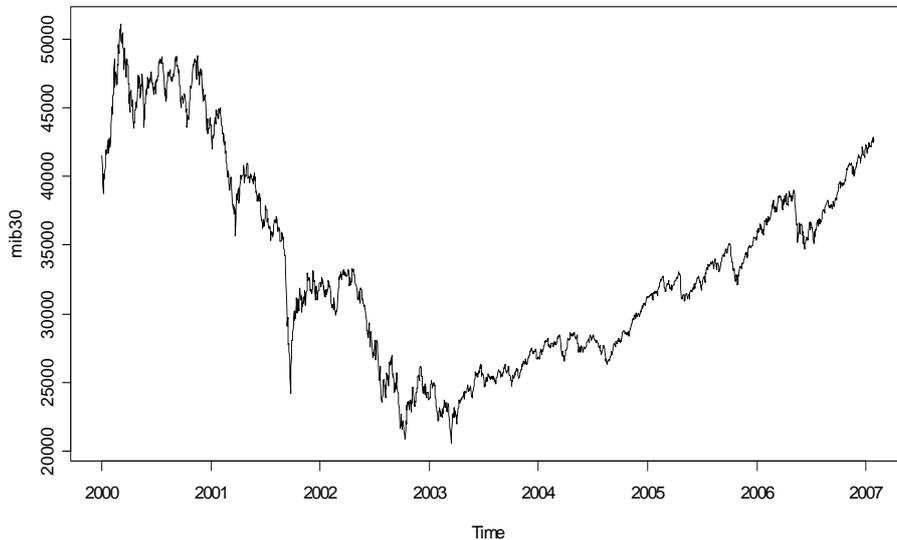
$$\alpha_i = \frac{M(Cap_{it})}{M(Vol_{it})}$$

Alfa dell'*i*-esimo titolo

I NUMERI INDICI DI BORSA

- **MIB 30** (base 31.12.1992 = 10.000): su *base campionaria*, 30 titoli azionari nazionali più capitalizzati e scambiati sul Listino (≡ graduatoria sulla base all'indicatore ILC); calcolato giornalmente durante la fase della negoziazione continua con frequenza di 60 secondi.
- Possono far parte del paniere MIB30 solo le azioni con $\alpha < 1.5$
- Diffuso ad ogni fixing, utilizza i *prezzi 'last'* relativi ai 30 titoli che lo compongono.
- NB: "È statisticamente dimostrato che il corso del MIB 30 è rappresentativo del MIBTEL, con una correzione [moltiplicativa] prossima all'unità".
- Composizione MIB30 al 14 febbraio 2007 ([file](#))
- *Varianti:*
- **MIB 30-R** (base 31.12.1992 = 10.000): è l'analogo del MIB 30, ma calcolato utilizzando i *prezzi di riferimento*.
- MIB 30s: è l'analogo del MIB 30, ma calcolato sul mercato after hours.

MIB30 gen 2000-feb 2007



I NUMERI INDICI DI BORSA

Lo S&P/MIB

- S&P/MIB (inizio diffusione 2 giugno 2003). 40 titoli, ma numero non fisso. Scelti dall'Index Committee.
- Più ampia e accurata rappresentatività del mercato azionario italiano rispetto al MIB30; fino all'80% dell'intera capitalizzazione di mercato (composizione al 13 febbraio 2007: [file](#)).
- Ponderazione in base al flottante (*free-float*) al fine di rispecchiare più fedelmente l'importanza del titolo sul mercato.
- A ogni componente dell'indice viene applicato il Global Industry Classification Standard (**GICS**: 10 settori) → accurata comparazione degli indici italiani con gli altri indici settoriali mondiali. Sono compresi Beni di Consumo Discrezionali, Beni di Consumo di Prima Necessità, Energia, Finanziari, Sanità, Industriali, Informatica, Materiali, Servizi di telecomunicazioni e Servizi Pubblici.

I NUMERI INDICI DI BORSA

Lo S&P/MIB (la selezione dei titoli)

- Candidati tutti i titoli azionari quotati in Borsa. Azioni di risparmio o privilegiate solo se... Titoli di nuova quotazione (liquidità ultimi 6 mesi). Titoli stranieri solo se...
- Criteri di selezione:
 - Rappresentazione settoriale
 - Liquidità (controvalore negoziato, turnover velocity del flottante (almeno 30%) → (controvalore volumi ultimi 6 mesi x 2)/flottante))
 - Investable Weight Factor (IWF) = $100 - (\text{somma partecipazioni percentuali dei principali azionisti})$, rivisto due volte l'anno; non inferiore al 25%. *Le azioni con un IWF inferiore al 25% Possono essere incluse nell'indice S&P/MIB soltanto se vengono ampiamente negoziate e se la capitalizzazione del flottante e la turnover velocity del flottante sono sufficientemente alti rispetto ad altre società dello stesso settore. Quest'ultima valutazione viene effettuata dall'Index Committee.*

I NUMERI INDICI DI BORSA

Lo S&P/MIB (esempio calcolo IWF)

Azionisti	% di azioni detenute dalla società Omega	Incluse in Omega calcolo del free float
a) Beta S.p.A.	32%	NO
b) Sig. Gamma	12%	NO
c) Fondo Comune Delta	6%	SI (fondo comune)
d) Assicurazione Epsilon	3%	SI (< 5%)
e) Fondo Pensione Eta	2%	SI (< 5%)
f) Banca Theta	15%	NO
g) Altri (mercato)	30%	SI
Totale flottante (100 - a - b - f)	41%	

I NUMERI INDICI DI BORSA

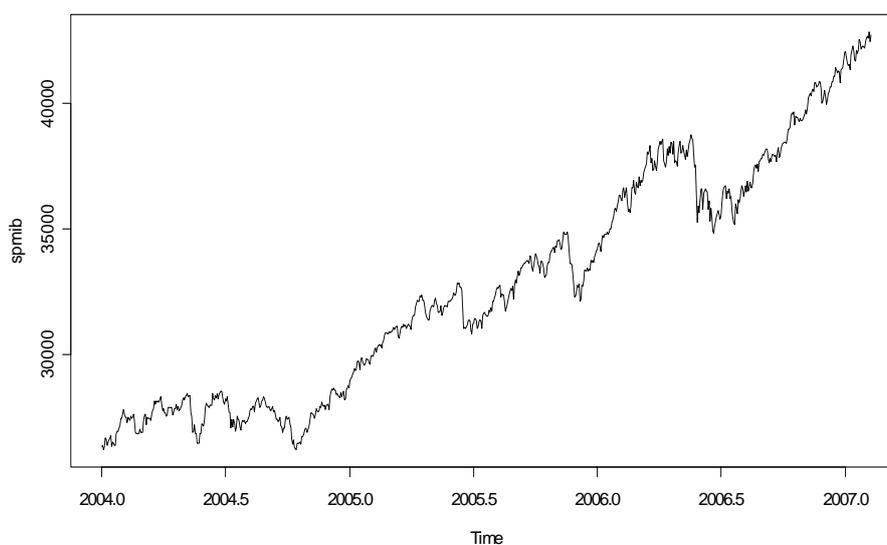
Lo S&P/MIB (metodo di calcolo)

$$I_t = M(t) / D \quad M(t) = \sum_{h=1}^N p_{t,h} q_{t,h} IWF_t$$

- D è un divisore che viene calcolato per rendere il S&P/MIB confrontabile con il MIB30. Il valore base dell'indice S&P/MIB è pari al livello dell'indice MIB 30 alla chiusura delle contrattazioni alla data del 27 ottobre 2003. Ciò è stato fatto per standardizzare l'indice con il MIB 30 e facilitare la transizione dei Futures e degli altri contratti derivati dal MIB 30 all'S&P/MIB. I valori storici dell'S&P/MIB sono stati calcolati fino al 31 dicembre 1997.

- $p_{t,h}$ è il prezzo last. L'indice viene calcolato ogni 60 secondi. Esempio ([file](#))

SP/MIB gen 2004-feb 2007



I NUMERI INDICI DI BORSA

- MIBEX (base 31.12.1994= 10.000): titoli quotati nel segmento blue chips del MTA e MTAX non incluse nel S&P/MIB (composizione al 13 febbraio 2007: [file](#)). Solo azioni con alfa < 1.5. Il peso di ogni azione non superiore al 10%.

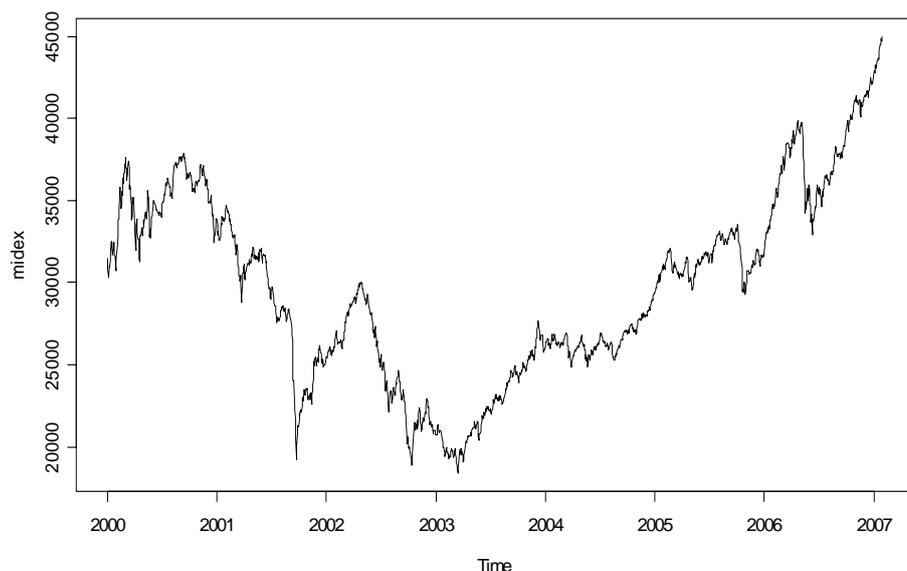
- Calcolo (ponderazione *free-float adjusted*):

$${}^B I_t^L = \sum_{h=1}^N \frac{{}_h P_t}{{}_h P_\tau} \cdot {}_h w_\tau \cdot R_\tau \quad {}_h w_\tau = \frac{{}_h P_\tau \cdot {}_h q_\tau \cdot {}_h IWF_\tau}{\sum_{h=1}^N {}_h P_\tau \cdot {}_h q_\tau \cdot {}_h IWF_\tau}$$

- NB: struttura, tempi di diffusione e modalità di gestione di MIBEX analoghi a quelli adottati per l'indice SP/MIB.

- Variante: MIBEX-s

MIBEX gen 2000-feb 2007



Altri indici calcolati da BorsaItalia

- **STAR:** Indice relativo a tutte le azioni quotate, appartenenti ai settori tradizionali, nel segmento STAR dei mercati MTA/MTAX.
- **TechSTAR:** Indice relativo a tutte le azioni quotate, appartenenti ai settori tecnologici, nel segmento STAR dei mercati MTA/MTAX.
- **ALLSTARS:** Indice relativo a tutte le azioni quotate nel segmento STAR dei mercati MTA/MTAX.
- Per tutti:
 - Base 28.12.2001 = 10.000;
 - Ponderazione sulla base del flottante;
 - Calcolo e diffusione ogni minuto a partire dalla fase di negoziazione continua in base ai prezzi degli ultimi contratti conclusi.

Indici Total Return (dal 19 settembre 2005)

- Calcolati una volta al giorno al termine della seduta di borsa: S&P/MIB, Mibtel, MIB, MIB-R, MIDEX, ALLSTARS, STAR, TECHSTAR.
- Ricapitalizzazione dei dividendi che le società periodicamente distribuiscono agli azionisti.
- Obbligo per i fondi a ricapitalizzazione dei proventi di utilizzare come benchmark gli indici Total Return (Regolamento Emittenti Consob).

ES.: S&P/MIB total return

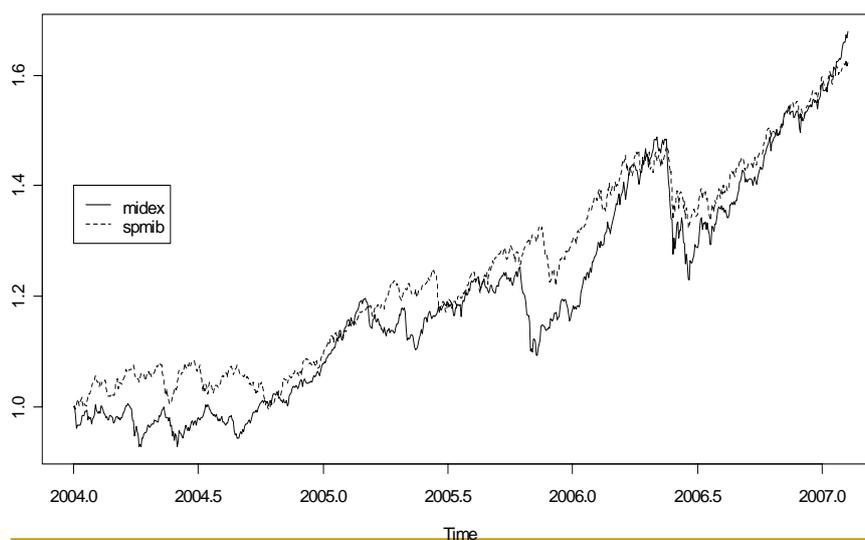
$$d_t = \sum_{h=1}^N d_t / D \quad R_t = \frac{(I_t + d_t)}{I_{t-1}} - 1$$

S&P/MIB trading after hours

I NUMERI INDICI DI BORSA

- Per il confronto di indici di borsa diversi, è ovviamente necessario tenere conto che hanno basi diverse:
- diverso giorno base [es.: MIB: 02.01.75; MIBTEL: 03.01.94],
- diversa grandezza della base [es.: MIB: 1.000; MIBTEL: 10.000].
- Confronti appropriati possono essere condotti guardando
 - (i) a variazioni relative (giornaliere, settimanali, mensili, ...)
 - (ii) a saggi medi di variazione (mensili, annui, ...).
 - Esempio

Confronto fra MIDEX e SP/MIB



I NUMERI INDICI DI BORSA

Mercati stranieri

- Mercati statunitensi:
- Calcolati da S&P e Dow Jones Company.
- Composite New York Stock Exchange (NYSE) e NASDAQ (National Association of Securities Dealer Automated Quotation): includono tutte le azioni quotate dalle rispettive istituzioni (1600 per il NYSE).
- S&P500: 500 assets del NYSE (80% della capitalizzazione); S&P100; S&P400 400 assets che non appartengono al S&P500; gli S&P supportano i rispettivi derivati;
- DJ30: 30 titoli (25% del NYSE).

$$DJ_t = \frac{\sum_{i=1}^{30} P_{it}}{30} \quad \text{Media aritmetica semplice}$$

I NUMERI INDICI DI BORSA

Mercati stranieri (2)

- Mercati inglesi
- Calcolati da Financial Times e London Stock Exchange
- FTSE100 (detto *Footsie*): 100 titoli; 70% del LSE; supporta opzioni e contratti forward
- FT30: 30 titoli più importanti
- FT-Actuarial-All Shares: indice generale; include 650 azioni e un certo numero di obbligazioni; 80% della capitalizzazione totale

$$FT_t = \left(\prod_{i=1}^{30} \frac{P_{it}}{P_{i0}} q_{i0} \right)^{1/30} \quad \text{Media geometrica ponderata}$$

I NUMERI INDICI DI BORSA

Mercati stranieri (3)

- Mercati giapponesi
- Nikkei: per lungo tempo è stato calcolato con pesi uguali; ora pesi proporzionali alla capitalizzazione; 225 azioni, 70% della capitalizzazione del Tokio Stock Exchange (TSE)
- TOPIX: indice generale della prima sezione del TSE (circa 1100 titoli); pesi pari alla capitalizzazione;
- Entrambi gli indici supportano dei corrispondenti derivati;

- Mercati Francesi
- Calcolati dalla Paris Bourse
- CAC40 (Cotation Assistée en Continu: quotazione continua): calcolato nel continuo e diffuso ogni 30 secondi; 40 titoli; supporta derivati; Secondo Laspeyres
- SBF 120 e 250: (Société de Bourses Françaises); calcolati giornalmente; tengono in considerazione la rappresentatività settoriale

- Mercati Tedeschi: DAX30; Secondo Laspeyres. **N.B.: E' un performance index → dividendi e ricavi dei diritti d'opzione.**

I NUMERI INDICI DI BORSA

La loro rilevanza economica

- **1. Misure dell'evoluzione dei prezzi**
- Interpretazione chiara e rapida del segno e della dimensione delle variazioni dei prezzi
- Modalità di calcolo semplice
- Paniere di titoli che rispondono rapidamente agli shock (titoli liquidi)
- Pesi uguali per tutti i titoli o proporzionali alla capitalizzazione

I NUMERI INDICI DI BORSA

La loro rilevanza economica (2)

- **2. Benchmark per la gestione di portafoglio**
- Indice di mercato come valore di un portafoglio efficiente
- Conseguenze sulla composizione dell'indice:
 - L'indice deve rappresentare un portafoglio efficiente dinamico (possibilità di variare la composizione del portafoglio) → pesi dati dalla capitalizzazione corrente (no Laspeyres)
 - L'indice deve considerare i flussi di cassa ricevuti durante il periodo di gestione del portafoglio → inclusione dei dividendi nell'indice. Dall'indice dei prezzi all'**indice dei rendimenti**. Indici dei prezzi più facili da superare (outperform).
 - Indici dei prezzi classici sono indici ex-post. Indici ex-ante considerano il rischio potenziale (coefficiente di Sharpe e Value at Risk)

I NUMERI INDICI DI BORSA

La loro rilevanza economica (3)

- **3. Supporto ai derivati**
- Derivati → da strumento di copertura del rischio a strumento di speculazione
- Gli indici devono essere aggiornati molto frequentemente (indici in continua)
- Sufficientemente volatili

I NUMERI INDICI DI BORSA

La loro rilevanza economica (4)

- 4. Indicatori economici
- Sintesi del valore delle società e specchio dei fondamentali sottostanti
- Comparabilità con altri indici dei prezzi (es.: indice dei prezzi al consumo) → Laspeyres
- I pesi devono garantire la rappresentatività settoriale

I COEFFICIENTI DI RETTIFICA

A SEGUITO DI OPERAZIONI SUL CAPITALE

- L'azione rappresenta una quota parte del capitale di una Società. Questa quota varia, nel tempo, quando il capitale della società è soggetto a "operazioni" (emissione di nuove azioni, aumento del valore nominale a pagamento, svalutazione del capitale, ecc.).
- Ciò determina una discontinuità nei prezzi delle azioni, alla quale occorre porre rimedio per ripristinare la continuità della serie storica.
Esempio
- Ciò si ottiene:
 - applicando ai prezzi precedenti l'operazione un opportuno coefficiente di rettifica k , determinato a partire da un'ipotesi di "neutralità" (\equiv i vecchi azionisti non traggono alcun beneficio, né ricevono alcun danno, dall'operazione in questione);
 - bilanciando la variazione del prezzo base, così effettuata, mediante una variazione in misura reciproca del numero di azioni (in modo da mantenere inalterato il valore complessivo dei titoli posseduti). 

Esempio discontinuità per operazione sul capitale: fusione Bipop in Capitalia



I COEFFICIENTI DI RETTIFICA (2)

- Un caso ipotetico:
- al tempo $t-1$, ${}_h q_{t-1}$ azioni h quotate al prezzo ${}_h P_{t-1}$;
- nell'intervallo $(t-1, t)$, la Società offre in opzione agli azionisti di sottoscrivere ${}_h m$ nuove azioni al costo unitario ${}_h P^*$.
- Come si procede?
- Innanzitutto, si calcola il corso teorico ${}_h P_t^{ret}$ dopo l'operazione (detto anche "prezzo rettificato"), in ipotesi di parità finanziaria tra il valore complessivo delle azioni emesse prima e dopo l'operazione:

$${}_h P_t^{ret} = \frac{{}_h q_{t-1} \cdot {}_h P_{t-1} + {}_h m \cdot {}_h P^*}{{}_h q_{t-1} + {}_h m}$$

Conseguentemente, si determina il coefficiente di rettifica ${}_h k$:

$${}_h k = \frac{{}_h P_t^{ret}}{{}_h P_{t-1}}$$

Quindi si applica ${}_h k$ a ${}_h P_\tau$, $\tau < t$

I COEFFICIENTI DI RETTIFICA (3)

Alcuni esempi (1)

- **Aumento di capitale a pagamento con sovrapprezzo**
- **CREDITO AGRARIO BRESCIANO**
 - Ultima quotazione "prima" L. 10064 (14.06.95)
 - Prima quotazione "dopo" L. 10388 (15.06.95)
 - Rapporto di emissione 1 az. ord. : 8 az. ord.
 - Prezzo di emissione L. 6000
- $P^{ret} = (8 \cdot 10064 + 1 \cdot 6000) / (8 + 1) = 9612$ prezzo rettificato
- ${}_h k = 9612 / 10064 = 0.955132$ fattore di rettifica

I COEFFICIENTI DI RETTIFICA (4)

Alcuni esempi (2)

- **Aumento gratuito di capitale mediante emissione di nuove azioni**
- **GENERALI**
 - Ultima quotazione "prima" L. 33716 (20.9.96)
 - Prima quotazione "dopo" L. 30496 (23.9.96)
 - Rapporto di emissione 1 az. ord. : 10 az. ord. possedute gratis
- $P^{ret} = (33716 \cdot 10 + 0 \cdot 1) / 11 = 30651$ prezzo rettificato
- ${}_h k = 30651 / 33716 = 0,909091$ (fattore di rettifica)
- In pratica si deve avere $P_{t-1} \times 10 = P^{ret} \times 11$

I COEFFICIENTI DI RETTIFICA (5)

Alcuni esempi (3)

- **Raggruppamento del valore nominale di un'azione**
- **MONTEDISON S.p.A.**
 - Ultima quotazione "prima" ord. L. 795.70 (19.7.96)
 - Prima quotazione "dopo" ord. L. 1060 (22.7.96)
 - Raggruppamento di: 37 az. ord. (da nominale 1000) per 50 az. ord.
 - Valore nominale = 740
- $P^{ret} = 795.7 \cdot 50 / 37 = 1075$ prezzo rettificato
- ${}_h k = 1075 / 795.70 = 1.351351$ fattore di rettifica
- http://sviluppo.aiaf.it/html/modules.php?name=Fattori_di_Rettifica

I COEFFICIENTI DI RETTIFICA (4)

Conseguenze sul calcolo degli indici

- In definitiva, l'indice elementare per l'azione h-esima risulta:

$$\frac{{}_h P_t}{{}_h P_0 \cdot {}_h k}$$

dove ${}_h P_0$ è il prezzo base precedente l'operazione

In sede di calcolo dell'indice sintetico, si divide il numero di azioni base per il coefficiente di rettifica, al fine di mantenere invariata la ponderazione:

$${}_0 I_t^L = \frac{\sum_{h=1}^N \frac{{}_h P_t}{{}_h P_0 \cdot {}_h k} \cdot ({}_h P_0 \cdot {}_h k) \cdot \frac{{}_h Q_0}{{}_h k}}{\sum_{h=1}^N ({}_h P_0 \cdot {}_h k) \cdot \frac{{}_h Q_0}{{}_h k}} = \sum_{h=1}^N \frac{{}_h P_t}{{}_h P_0 \cdot {}_h k} \cdot {}_h W_0$$

I COEFFICIENTI DI RETTIFICA (5)

Conseguenze sul calcolo degli indici

- *Commenti:*
- (1): Il coefficiente di rettifica h,k interviene, ovviamente, soltanto in corrispondenza delle azioni h riguardanti Società che hanno effettuato operazioni in conto capitale.
- (2): Procedendo in questo modo, non si aggiorna il sistema di ponderazione all'operazione effettuata dalla Società sulle azioni h . Questa scelta
 - è coerente con la logica di un indice tipo Laspeyres (cioè, a ponderazione fissa), e
 - risulta ulteriormente plausibile alla luce del fatto che si procede ordinariamente a due revisioni del paniere ogni anno.

I COEFFICIENTI DI RETTIFICA (5)

Conseguenze sul calcolo degli indici

- Un esempio fittizio:
- Nell'intervallo $(t-1, t)$, la Società B dà corso a un aumento del capitale, offrendo in opzione agli azionisti 75000 nuove azioni, in ragione di 1 azione nuova ogni 2 vecchie, al prezzo unitario di Lire 810.

<i>tempo</i>	Società A		Società B	
	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>P</i>	<i>Q</i>
0	1000	100000	2900	150000
$t-1$	1200	100000	2150	150000
t	1100	100000	2150 810	150000 75000
$t+1$	1200	100000	1800	225000

I COEFFICIENTI DI RETTIFICA (5) Conseguenze sul calcolo degli indici

- (Segue esempio)
- Indici elementari al tempo $t+1$:

per la Società A: ${}_A P_{t+1} / {}_A P_0 = 1,2$

per la Società B: ${}_B P_{t+1} / {}_B P_0 \cdot k = 0,7835$

essendo ${}_B k = \frac{{}_B P_t^{ret} / {}_B P_{t-1}}{{}_B Q_{t-1} + {}_B m} = \frac{{}_B Q_{t-1} \cdot {}_B P_{t-1} + {}_B m \cdot {}_B P^*}{{}_B Q_{t-1} + {}_B m} \cdot \frac{1}{{}_B P_{t-1}} = 0,7922$

*Indice sintetico (base = 100):

$${}_0 I_{t+1}^L = 1,2 \cdot 18,69 + 0,7835 \cdot 81,31 = 86,1344$$

File [excel](#)

Altri utilizzi dei fattori di rettifica

- Articolo 106 del Testo unico delle disposizioni in materia di intermediazione finanziaria prevede che *l'offerta sia promossa a un prezzo non inferiore alla media aritmetica fra il prezzo medio ponderato di mercato degli ultimi dodici mesi e quello più elevato pattuito nello stesso periodo dall'offerente per acquisti di azioni ordinarie*. Al fine di poter procedere al calcolo del prezzo medio ponderato degli ultimi dodici mesi occorre utilizzare *dati omogenei, relativi ad un'entità aziendale con caratteristiche costanti nel tempo e, comunque, non modificate da operazioni di natura straordinaria* (Comunicazione Consob n. DEM/2011819 del 21-2-2002); pertanto, occorre rettificare la serie storica delle quotazioni per gli eventuali fattori di rettifica.
- I fattori di rettifica possono essere utilizzati anche per effettuare le necessarie rettifiche sugli strumenti derivati aventi come sottostante l'azione interessata dall'operazione di natura straordinaria, al fine di contenere gli effetti distorsivi dell'evento che genera