

Test di autovalutazione di Matematica

Per affrontare in modo adeguato gli argomenti trattati nell'insegnamento di Istituzioni di Statistica è fondamentale aver già seguito e superato l'esame di Matematica. Nel caso non si fosse già superato l'esame di Matematica (che per questo anno accademico non è propedeutico all'esame di Istituzioni di Statistica), e si volesse ugualmente seguire l'insegnamento di Istituzioni di Statistica, si consiglia di sottoporsi alla seguente prova di autovalutazione (anche con l'aiuto di appunti o libri di testo). Nel caso la soluzione dei seguenti esercizi risultasse particolarmente difficile (o addirittura impossibile), si consiglia di desistere dall'impegnarsi con l'insegnamento di Istituzioni di Statistica fino a quando non si siano maturate le adeguate competenze matematiche.

Esercizio A. (*Derivate.*) Si calcoli la derivata delle seguenti funzioni:

$$f_1(x) = xe^{-x^2}, \quad f_2(x) = \frac{e^{-x^2/2}}{x}.$$

Esercizio B. (*Minimizzazione di una funzione in una variabile.*) Si determinino i punti di massimo e di minimo (locali e globali) della funzione

$$f(x) = x^2e^{-x}, \text{ definita in tutto } \mathbb{R}.$$

Esercizio C. (*Minimizzazione di una funzione in due variabili.*) Si trovino i punti stazionari della seguente funzione (sistema delle derivate parziali)

$$f(x, y) = xe^{x-y^2}, \text{ definita in tutto } \mathbb{R}^2.$$

Esercizio D. (*Integrali.*) Si calcoli il seguente integrale indefinito, operando un cambio di variabile:

$$\int xe^{-x^2/3} dx.$$

Esercizio E. (*Integrali per parti.*) Si calcoli il seguente integrale indefinito, integrando per parti:

$$\int xe^{-x^2/3} dx.$$

Esercizio F. (*Integrali.*) Si consideri la funzione in una variabile

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

a) Determinare

$$\int_{1,5}^{4,8} f(x) dx.$$

Esercizio G. (*Integrali.*) Sia data la funzione in una variabile

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x \in [0, 1], \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

a) Determinare l'integrale $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$.

Esercizio H. (*Integrali.*) Sia data la funzione in una variabile

$$f(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y \geq 0, \\ 0, & y < 0. \end{cases}$$

a) Determinare l'integrale $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$.

Esercizio I (facoltativo). (*Serie geometrica.*) Si valuti la serie, per $0 < a < 1$,

$$1 + a^2 + a^4 + \dots$$

Esercizio J (facoltativo). (*Sviluppo in serie di Taylor di e^x .*) Si valuti la serie, per $\lambda > 0$,

$$\sum_{x=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = e^{-\lambda} + e^{-\lambda} \lambda + e^{-\lambda} \frac{\lambda^2}{2!} + e^{-\lambda} \frac{\lambda^3}{3!} + \dots = e^{-\lambda} \left(1 + \lambda + \frac{\lambda^2}{2!} + \frac{\lambda^3}{3!} + \dots \right).$$